

§1 相似な多角形

次の①, ②が, とともに成り立つとき, 2つの多角形は 相似であるという。

- ① 対応する辺の長さの比が, すべて等しい。
- ② 対応する角の大きさが, それぞれ等しい。

比 $a:b$ の a を b でわった値 $\frac{a}{b}$ を, $a:b$ の比の値という。

$a:b=c:d$ ならば $ad=bc$

1. 次の式で, x の値を求めなさい。

(1) $3:x=6:8$ (2) $4:1=6:x$

相似比：相似な2つの多角形の対応する辺の長さの比

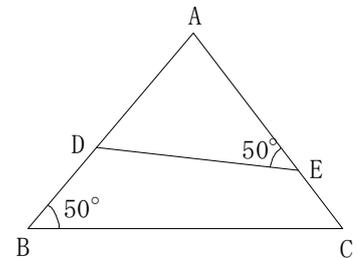
§2 三角形の相似条件

2つの三角形は, 次の場合に相似である。

- ① 3組の辺の比が, すべて等しいとき
- ② 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいとき
- ③ 2組の角が, それぞれ等しいとき

練習

1. 右の図で, 相似な三角形を記号 \sim を使って表しなさい。
また, そのとき使った相似条件をいいなさい。

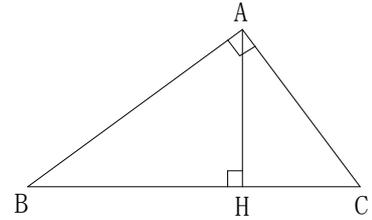


2. 2つの三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で, $AB=6\text{cm}$, $BC=4.5\text{cm}$,
 $DE=10\text{cm}$, $EF=7.5\text{cm}$, $\angle B=\angle E$ となっています。
- (1) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるわけをいいなさい。
 - (2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。
 - (3) $AC=9\text{cm}$ ならば, DF の長さは何 cm ですか。

§3 相似条件と証明

1. $\angle A=90^\circ$ の $\triangle ABC$ で、Aから底辺BCに 垂線AHをひくとき、次のことを証明しなさい。

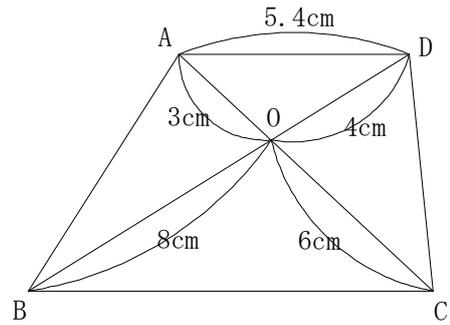
- (1) $\triangle HBA \sim \triangle ABC$
 (2) $\triangle HBA \sim \triangle HAC$



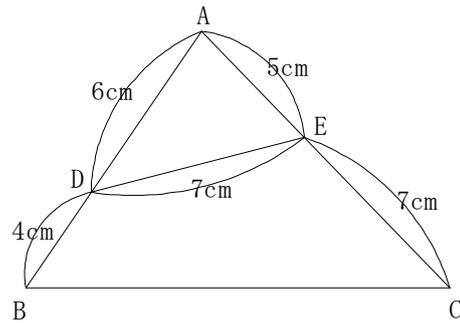
2. 右の図の四角形ABCDで、点Oは、AC、BDの交点です。このとき、

$$\triangle OAD \sim \triangle OCB$$

であることを証明しなさい。
 また、BCの長さを求めなさい。



3. 右の図で、
 $\triangle AED \sim \triangle ABC$
 であることを証明しなさい。
 また、辺BCの長さを求めなさい。



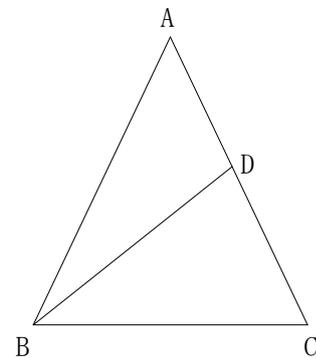
練習

1. 右の図のような $AB=AC$ の二等辺三角形ABCがあります。辺AC上に、 $BC=BD$ となるように、点Dをとるとき、

$$\triangle ABC \sim \triangle BDC$$

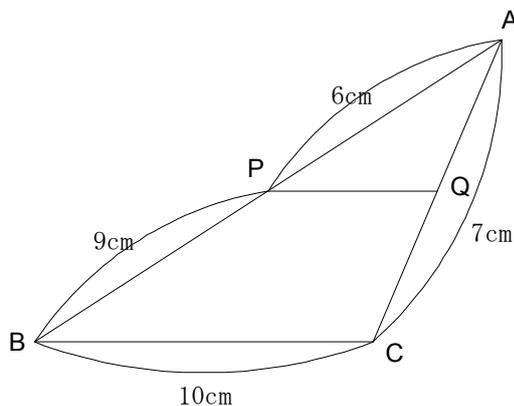
であることを証明しなさい。

また、 $AB=10\text{cm}$, $BC=7\text{cm}$, のとき、
 CDの長さを求めなさい。



§4 平行線と線分の比

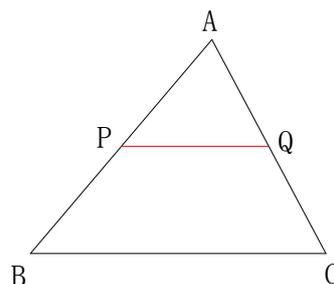
1. 右の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 AQ 、 PQ の長さを求めなさい。



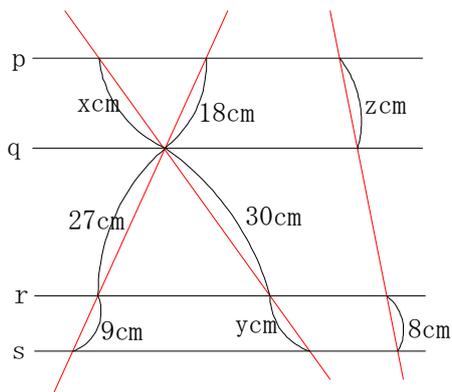
$\triangle ABC$ で、辺 AB 、 AC 上に、それぞれ、点 P 、 Q があるとき、

- ① $PQ \parallel BC$ ならば、
 $AP:AB=AQ:AC=PQ:BC$

- ② $PQ \parallel BC$ ならば、
 $AP:PB=AQ:QC$



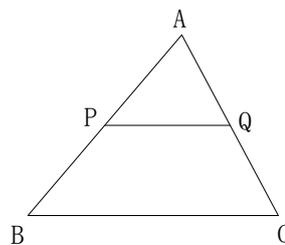
2. 右の図で、直線 p 、 q 、 r 、 s が平行のとき、 x 、 y 、 z の値を求めなさい。



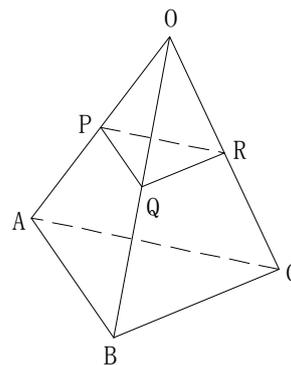
線分の比と平行線

$\triangle ABC$ で、辺 AB 、 AC 上に、それぞれ、点 P 、 Q があるとき、

- ① $AP:AB=AQ:QC$ ならば、 $PQ \parallel BC$
 ② $AP:PB=AQ:QC$ ならば、 $PQ \parallel BC$

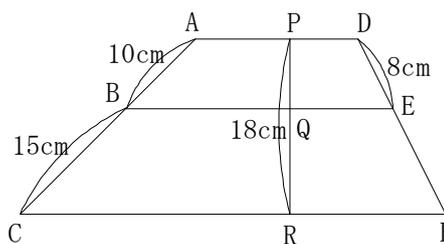


3. 図のように、三角錐OABC の辺OA, OB, OC 上にそれぞれ、点P, Q, R があります。
 $PQ \parallel AB$, $QR \parallel BC$ ならば、 $PR \parallel AC$ となることを証明しなさい。



練習

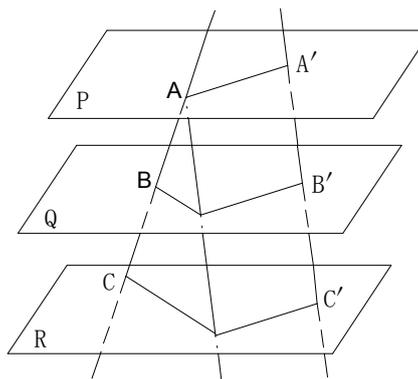
1. 右の図で、AD, BE, CF は平行です。
 線分EF, PQ の長さを求めなさい。



2. 3つの平行な平面 P, Q, R に、2つの直線が、図のように A, B, C および A', B', C' で交わっています。
 このとき、

$$AB : BC = A'B' : B'C'$$

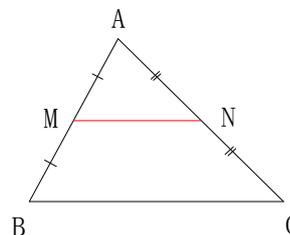
であることを証明しなさい。



§5 中点連結定理

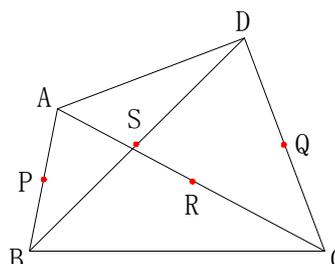
$\triangle ABC$ の 2 辺 AB, AC の中点をそれぞれ M, N とすると、

$$MN \parallel BC \quad MN = \frac{1}{2}BC$$



練習

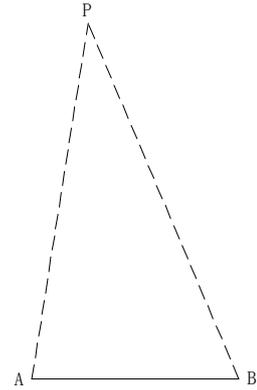
1. 四角形ABCD があります。2辺 AB, CD, 対角線 AC, BD の中点を、それぞれ、P, Q, R, S とすると、四角形PQRSはどんな四角形になりますか。



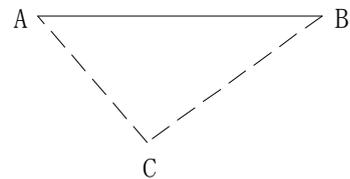
§6 相似の利用

縮図の利用

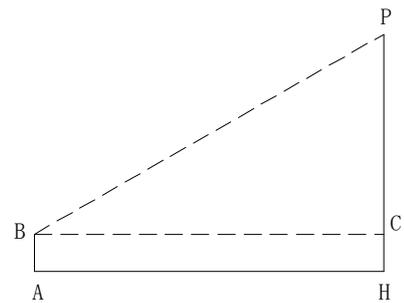
1. 右の図で、 $AB=50\text{m}$, $\angle BAP=81^\circ$, $\angle ABP=67^\circ$ であるとき、500分の1の縮図では、 AB の長さは何cmになりますか。また、このときの縮図をかいて、距離 AP を求めなさい。



2. 右の図で、 $AC=28\text{m}$, $BC=36\text{m}$, $\angle ACB=96^\circ$ であるとき、400分の1の縮図をかいて、距離 AB を求めなさい。

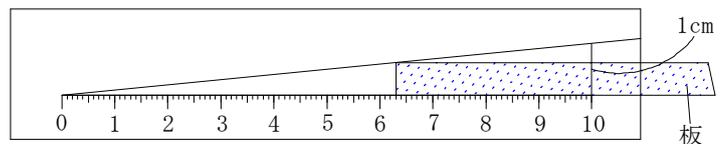


3. 右の図で、 $AH=14\text{m}$, $\angle CBP=30^\circ$, $AB=1.5\text{m}$ であるとき、200分の1の縮図をかいて、高さ PH を求めなさい。

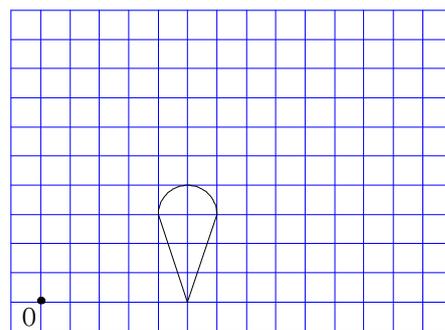


練習

1. 下の図は、くさびゲージという道具で、板の厚さを測っているところです。この板の厚さを求めなさい。

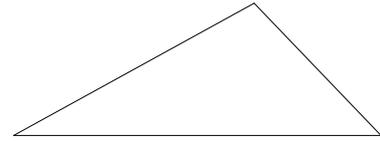


2. 右の図のように、三角形と半円でつくられた図形があります。この図形を、点Oを中心として、2倍に拡大しなさい。



問題

1. 3辺の長さが, 18cm, 27cm, 36cm の三角形があります。
この三角形と相似で, 1つの辺の長さが 9cm の三角形をかくには, 残りの辺の長さを, 何cmにすればよいでしょうか。

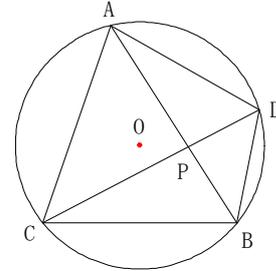


2. 円Oの内部の点Pで交わる2つの直線が, 円Oと右の図のように交わっています。
このとき,

$$\triangle PAC \sim \triangle PDB$$

$$\triangle PAD \sim \triangle PCB$$

であることを証明しなさい。

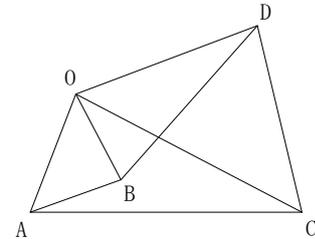


3. 右の図で, $\triangle OAB \sim \triangle OCD$ のとき,

$$\triangle OAC \sim \triangle OBD$$

となります。

これを証明しなさい。

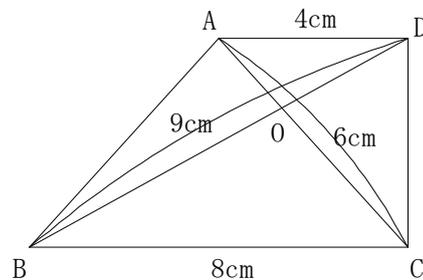


4. $AD \parallel BC$ の台形ABCDで, AC, BD の交点を O とします。

$$AD=4\text{cm}, BC=8\text{cm}$$

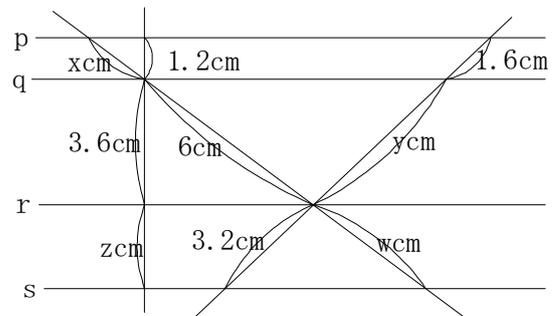
$$AC=6\text{cm}, BD=9\text{cm}$$

のとき, AO, BO の長さを求めなさい。



5. 右の図で, 直線 p, q, r, s が平行のとき,

x, y, z, w の値を求めなさい。

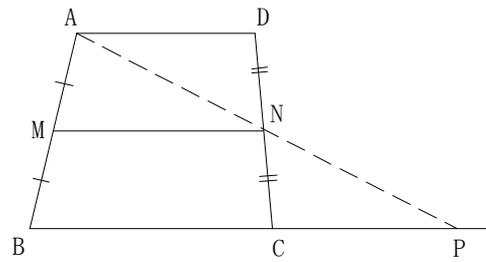


6. $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ で、2辺 AB , CD の中点を、それぞれ、 M , N とすると、

$$MN \parallel BC$$

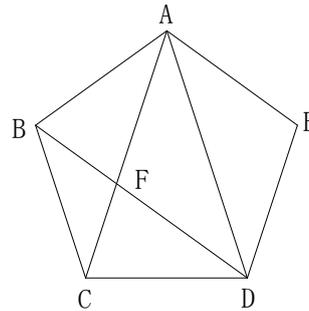
$$MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$$

であることを証明しなさい。

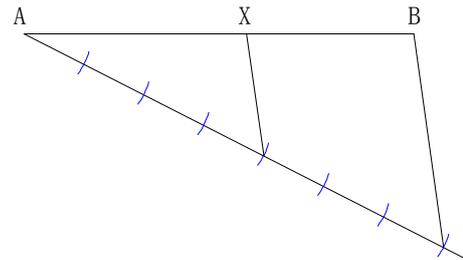


7. 正五角形 $ABCDE$ で、対角線 AC , BD の交点を F とします。

- (1) $\angle CDF$ の大きさを求めなさい。
- (2) $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。
- (3) $\triangle ACD \sim \triangle DCF$ であることを証明しなさい。

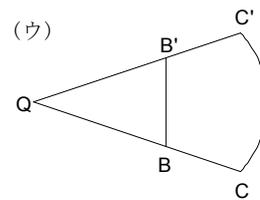
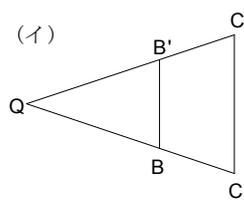
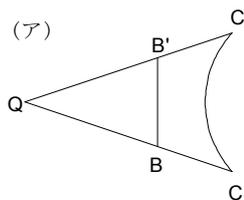
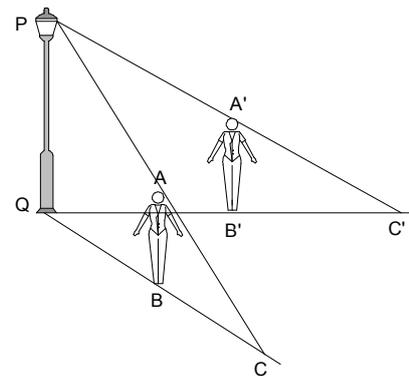


8. 右の図は、線分 AB を $4:3$ に分ける点 X を求める方法を示したものです。この点 X の求め方を説明しなさい。



9. 高さ 4m の街灯 PQ の真下から 3m 離れたところに身長 160cm の人 AB が立っています。

- (1) この人の影の長さは何 m ですか。
- (2) この人が B から B' へまっすぐ歩いたとき、影の先端 C が動いたあとは、次のうちどれですか。



また、この人が 3m 歩くと、影の先端は何 m 移動しますか。

以上