図形と相似 解答

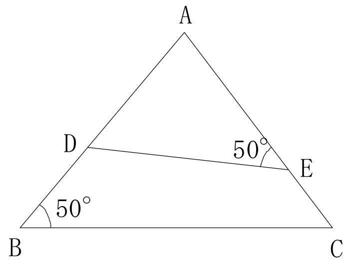
目次１へ　問題へ

§1　相似な多角形

１．(1)　$6x = 24$　　$x = 4$　　(2)　$4x = 6$　　$x = \frac{3}{2}$

練習

１．　$\Delta ABC \backsim \Delta AED$
　2組の角が，それぞれ等しい。

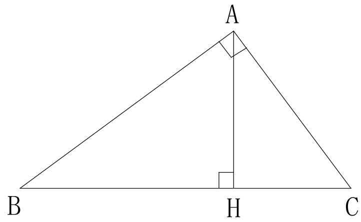


２．(1) 2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい

(2) 3:5

(3) 9:DF＝3:5 より DF＝15cm

§3　相似条件と証明



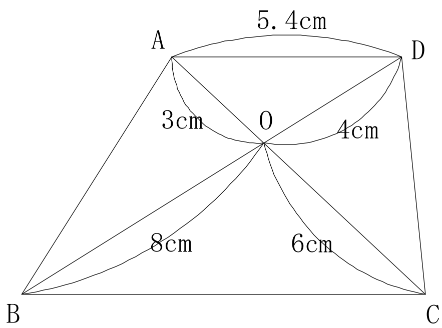
１．(1) △HBA と △ABC で
　∠BHA＝∠BAC＝90°
　∠B＝∠B (共通)
　よって，2組の角がそれぞれ等しいので，
　△HBA≡△ABC

(2) △HBA と △AHC で
　∠BHA＝∠CHA＝90° ………①
　∠BAH＝∠90-∠B …… ②
　∠C＝∠90-∠B …… ③

　②，③ より，
　∠BAH＝∠C ……………… ④

　①，④ より 2組の角がそれぞれ等しいので，△HBA ∽ △HAC

２．△OAD と △OCB において，
　OA:OC＝1:2 ……………… ①
　OD:OB＝1:2 ……………… ②
　∠AOD＝∠COB (対頂角)… ③
①，②，③ より 2辺の比とその間の角が
それぞれ等しいので，
　△OAD ∽ △OCB
5.4:BC＝1:2 より　$BC = 5.4 \times 2 = 10.8cm$



３． △AED と △ABC において，

AE:AB＝5:10＝1:2 ……… ①

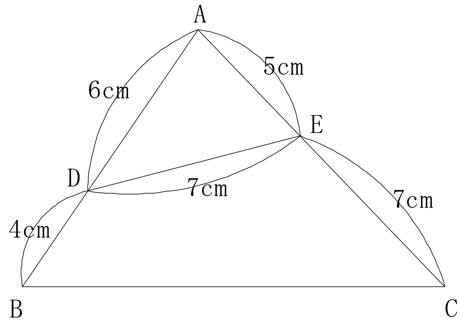
AD:AC＝6:12＝1:2 ……… ②

∠A＝∠A（共通）……… ③

①，②，③ より 2辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので

△AED ∽ △ABC

7:BC＝1:2 より，BC＝14cm



練習

１． AB＝AC だから ∠ABC＝∠ACB

BC＝BD だから ∠BCD＝∠BDC

したがって，△ABC と △BDC において，

∠ABC＝∠BDC

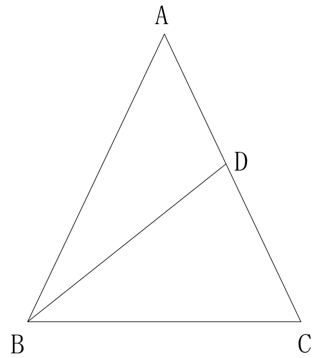
∠ACB＝∠BCD

よって，2組の角がそれぞれ等しいので，

△ABC ∽ △BDC

AB:BC＝BC:CD より，10:7＝7:CD

10CD＝49　　CD＝4.9cm



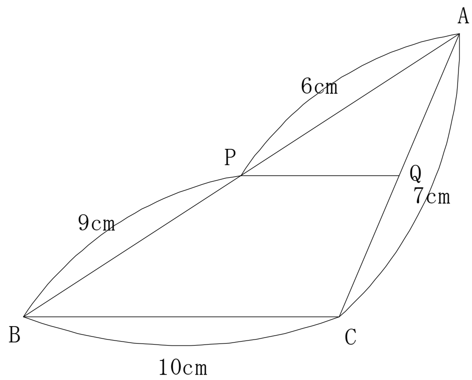
§4 平行線と線分の比

１． 6:AQ＝(6+9):7　　15AQ＝42

$$AQ = \frac{42}{15} = \frac{14}{5} = 2.8cm$$

PQ:10＝6:15

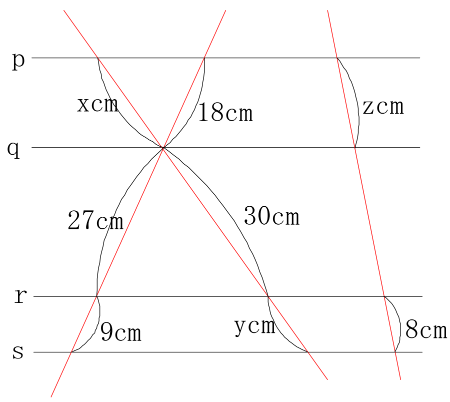
$$PQ = \frac{60}{15} = 4cm$$



２． x:30＝18:27 より　　$x = \frac{30 \times 18}{27} = 20cm$

30:y＝27:9 より　　$y = \frac{30 \times 9}{27} = 10cm$

18:z＝9:8 より　　$z = \frac{18 \times 8}{9} = 16cm$

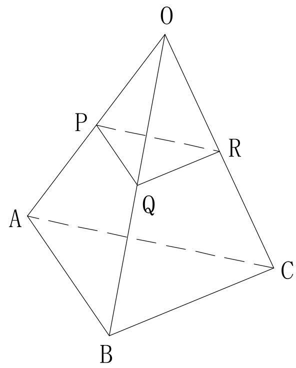


３．　PQ // AB だから，OP:PA＝OQ:QB ………①

QR // BC だから，OQ:QB＝OR:RC ………②

①，② より　OP:PA＝OR:RC

よって，PR // AC



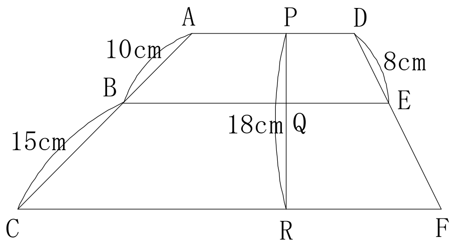
練習

１．　10:15＝8:EF より

$$EF = \frac{15 \times 8}{10} = 12cm$$

10:(10+15)＝PQ:18 より

$$PQ = \frac{10 \times 18}{10+15} = \frac{180}{25} = 7.2cm$$



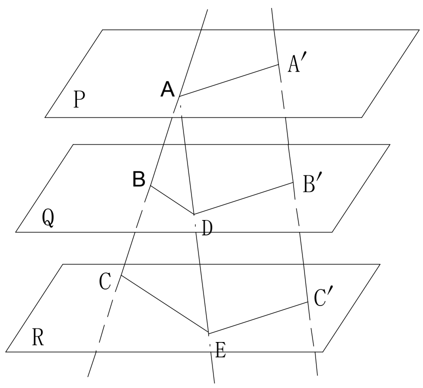
２．　点Aを通り直線 $A'C'$ に平行な直線を引き平面P，Q との交点をそれぞれ D，E とすると

BD // CE だから，AB:BC＝AD:DE

AA' // DB' // EC' でかつ，AE // $A'C'$ であるから

AD＝$A'B'$，DE＝$B'C'$

よって，　AB: BC＝$A'B'$: $B'C'$

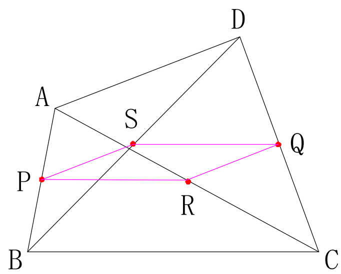


練習

１．　△ABDで 点P，S は AB，DB の中点だから PS//AD
△ACDで 点Q，R は DC，AC の中点だから QR//AD
よって，PS//QR

△ABCで 点P，R は AB，AC の中点だから PR//BC
△BCDで 点S，Q は BD，CD の中点だから SQ//BC
よって，PR//SQ

したがって，四角形PQRS は向かい合う2組の辺が平行だから，
平行四辺形 である。



§6　相似の利用

縮図の利用

1．　$AB = 50m = 5000cm$

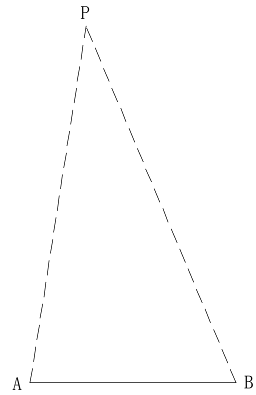
であるから500分の1の縮図では

$$AB = \frac{5000}{500} = 10cm$$

500分の1の縮図で，$AP = 17.17cm$

よって，APの実際の長さは

$$AP = 17.17 \times 500 = 8585cm = 85.85m$$



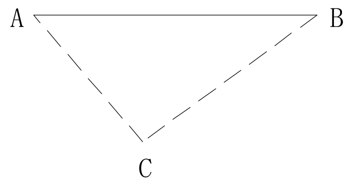
2．　400分の1の縮図で，

$AC = 7cm$　　$BC = 9cm$　　$\angle ACB = 96°$

$AB = 11.97cm$

よって，ABの実際の長さは

$$AB = 11.97 \times 400 = 4788cm = 47.88m$$



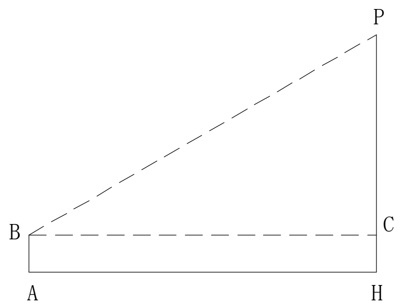
3．　200分の1の縮図で　$AH = 7cm$

$PC = 4.04cm$

したがって，PCの実際の長さは

$$PC = 4.04 \times 200 = 808cm = 8.08m$$

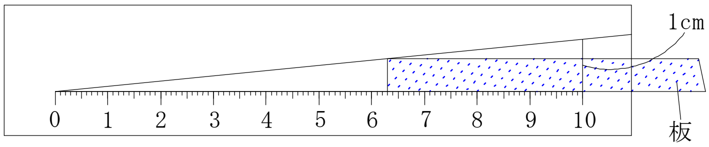
$$PH = PC + CH = 8.08 + 1.5 = 9.58m$$



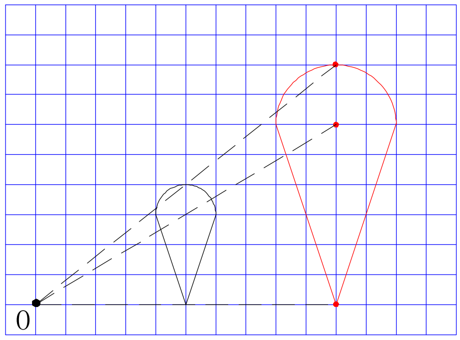
練習

1．　10∶1＝6.3∶x

$$x = \frac{6.3}{10} = 0.63cm$$

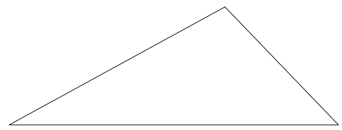


2．

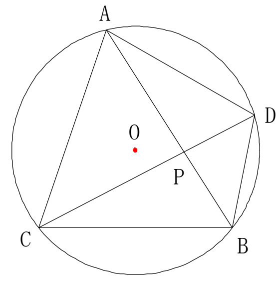


問題

１．　18cm → 9cm　(2:1)　　9cm，13.5cm，18cm
　　27cm → 9cm　(3:1)　　9cm，6cm　，12cm
　　36cm → 9cm　(4:1)　　9cm，4.5cm ，6.75cm



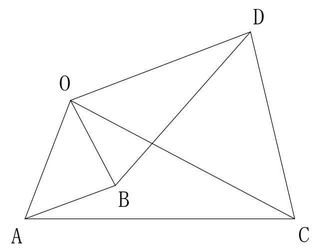
２．　△PAC と △PDB において，
　弧BC上の点であるから，∠PAC＝∠PDB ……… ①
　弧AD上の点であるから，∠PCA＝∠PBD ……… ②
　①，② より，
　　2組の角がそれぞれ等しいので，△PAC ∽ △PDB



△PAD と △PCB において，
　弧BD上の点であるから，∠PAD＝∠PCB ……… ①
　弧AC上の点であるから，∠PDA＝∠PBC ……… ②
　①，② より，
　　2組の角がそれぞれ等しいので，△PAD ∽ △PCB

３．　△OAC と △OBD において，

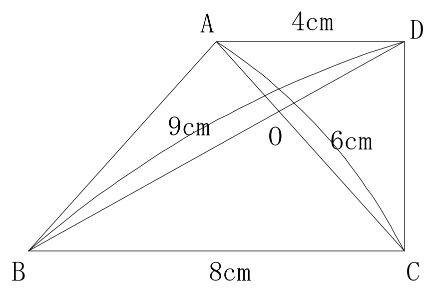
　△OAB ∽ △OCD より OA:OB＝OC:OD …… ①
　∠AOB＝∠COD …… ②
　∠AOC＝∠AOB＋∠BOC …………………… ③
　∠BOD＝∠COD＋∠BOC …………………… ④
　②,③,④ より，∠AOC＝∠BOD………… ⑤
①,⑤ より，2組の辺の比とその間の角が，それぞれ
等しいので，△OAB ∽ △OBD



４．　△OAD ∽ △OCB より (2組の角が等しいので)

AD:BC＝4:8＝1:2＝AO:CO　　$AO = 6 \times \frac{1}{1+2} = 2cm$

同様に，DO:BO＝1:2　　$BO = 9 \times \frac{2}{1+2} = 6cm$

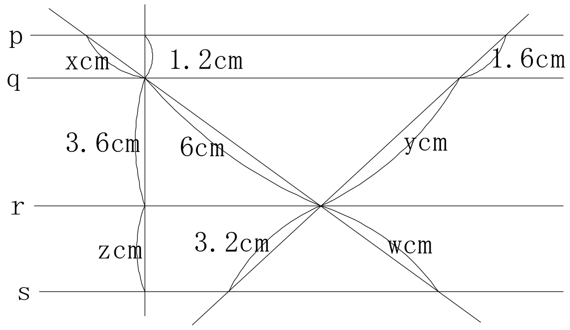


５．　x:6＝1.2:3.6　　$x = \dfrac{6 \times 1.2}{3.6} = 2cm$

1.2:3.6＝1.6:y　　$y = \dfrac{3.6 \times 1.6}{1.2} = 4.8cm$

1.2:z＝1.6:3.2　　$z = \dfrac{1.2 \times 3.2}{1.6} = 2.4cm$

3.6:z＝6:w　　$w = \dfrac{6 \times z}{3.6} = \dfrac{6 \times 2.4}{3.6} = 4cm$



６．　ANの延長とBCの延長との交点をP とする。

△ADNと△PCNにおいて，

点Nは CDの中点だから，DN＝CN ……………　①

AD // BC だから，∠ADN＝∠PCN（錯角）…　②

対頂角は等しいから，∠AND＝∠PNC ………　③

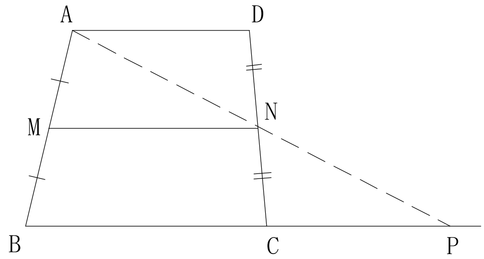
①,②,③ より 1辺と両端の角がそれぞれ等しいので，

△ADN ≡ △PCN　　したがって，AN＝PN で，Nは APの中点，かつ AD＝PC

△ABPにおいて，　点M，N は，AB，AP の中点だから，中点連結定理により

$MN \parallel BP$

$$MN = \frac{1}{2}BP = \frac{1}{2}(PC + BC) = \frac{1}{2}(AD + BC)$$



７．正五角形の1つの内角は　$\dfrac{180 \times (5-2)}{5} = 108°$

∠BAC＝$\dfrac{180 - 108}{2} = 36°$

(1)　∠CDF＝108°

(2)　∠CAD＝$108 - (36 + 36) = 36°$

(3)　△ACD と △DCF において，

∠CAD＝∠CDF＝36° ………　①

∠ACD＝∠DCF（共通）……　②

2組の角がそれぞれ等しいので

△ACD ∽ △DCF