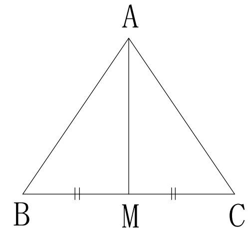
§1　二等辺三角形



１．(1) 仮定：AB＝AC，BM＝CM　　結論：AM⊥BC，∠BAM＝∠CAM

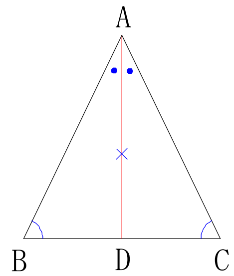
(2) △ABMとACMで，

AB＝AC，BM＝CM，AM＝AM

よって，３辺がそれぞれ等しいので，△ABM≡△ACM

よって，∠BAM＝∠CAM

また，∠AMB＝∠AMC，かつ，∠AMB＋∠AMC＝180°で
あるから，AM⊥BC



２．∠Aの２等分線をひき，辺BCとの交点をDとする。
△ABD と △ACD で，
∠BAD＝∠CAD ……… ①
∠B＝∠C ……… ②
三角形の内角の和が180°であることと，①，②から，
∠ADB＝∠ADC ……… ③
また，AD＝AD ……… ④
①，③，④ から，１辺とその両端の角がそれぞれ
等しいので，
△ABD≡△ACD
よって，AB＝AC

３．(1) △ABC と △DEF で，

AB＝DE，BC＝EF，CA＝FD ならば，△ABC≡△DEF

(2) △ABC と △DEF で，

∠A＝∠D，∠B＝∠E，∠C＝∠F ならば，△ABC≡△DEF

４．(1) 自然数 a，b で，a＋b が偶数ならば，a も b も 偶数である。
→正しくない(aも bも 奇数でも a＋bは 偶数になる)

(2) △ABCで，∠B＋∠C＝90° ならば，∠A＝90° である。→ 正しい

５．(1) △ABCで，AB＝BC だから，∠A＝∠C ……… ①
BC＝CA だから，∠B＝∠A ……… ②
①，② より，∠A＝∠B＝∠C

(2) △ABCで，∠A＝∠B だから，BC＝CA ……… ①
∠B＝∠C だから，AB＝CA ……… ②
①，② より，AB＝BC＝CA

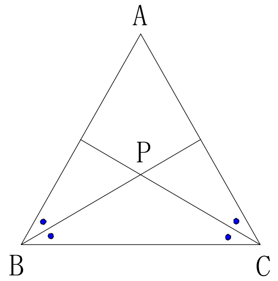
練習

1．頂角が60°の二等辺三角形は，正三角形。
　　また，底角が60°の場合も，正三角形。

2．△PBCで，$\angle PBC = \frac{1}{2}\angle B$ ……… ①

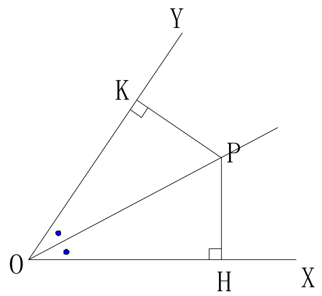
$\angle PCB = \frac{1}{2}\angle C$ ……… ②

また，∠B＝∠C ……………… ③
①，②，③ より，∠PBC＝∠PCB
よって，△PBCは二等辺三角形
よって，PB＝PC



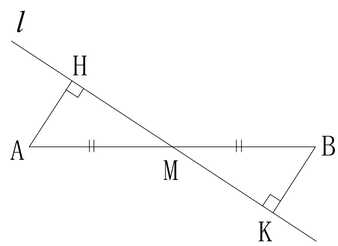
§2　直角三角形の合同

1．△POH と △POK で，
　　∠POH＝∠POK ……… ①
　　∠PHO＝∠PKO＝90°… ②
　　PO＝PO ……………… ③
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角が等しいので，△POH≡△POK
よって，PH＝PK



練習

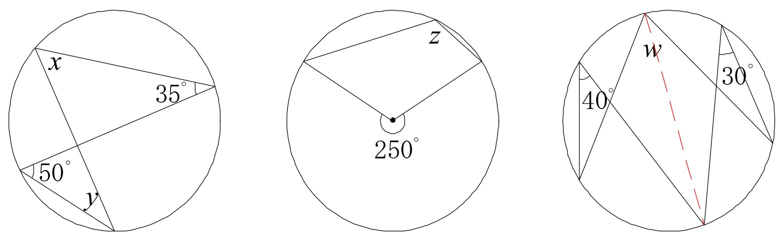
1．△AMH と △BMK で，
　　AM＝BM ………………… ①
　　∠AHM＝∠BKM＝90°…… ②
　　∠AMH＝∠BMK ………… ③
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角が等しいので，△AMH≡△BMK
よって，AH＝BK



§3　円周角の定理

円周角の定理

1．　$x = 50°$　$y = 35°$　　$z = \frac{1}{2} \times 250° = 125°$　　$w = 40° + 30° = 70°$

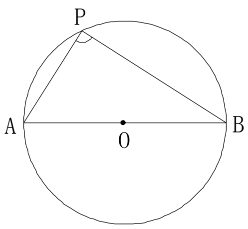


練習

1． １つの円で，円周の $\frac{2}{5}$ の弧に対する中心角は， $360°\times\frac{2}{5}=144°$

よって，求める円周角は， $144°\div 2=72°$

2． ∠APB＝$\frac{1}{2}$∠AOB＝$\frac{1}{2}\times 180°=90°$

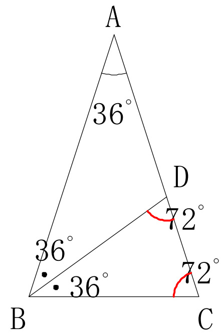


中心角∠AOB＝2×円周角∠APB

＝2×90°＝180°

問題

1． ∠B＝∠C＝$\frac{180°-36°}{2}=72°$



∠CBD＝$\frac{1}{2}$∠B＝$\frac{72°}{2}=36°$

∠BDC＝180° －(∠CBD＋∠BDC)＝180°－(36°＋72°)＝72°

よって，△BCDは二等辺三角形だから，BC＝BD …… ①

△DABは二等辺三角形だから，BD＝DA …… ②

①，②　より，BC＝BD＝DA

2． △BCD　と　△CBE　で，

BD＝CE　………………… ①

∠BDC＝∠CEB＝90°　…… ②

BC＝CB　………………… ③

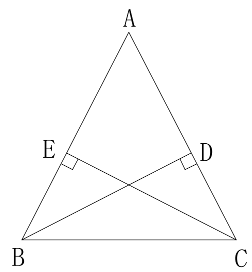
①，②，③ より，

直角三角形で斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので，

△BCD≡△CBE

よって，∠BCD＝∠CBE

よって，三角形ABCは二等辺三角形である。



3． △OAH と △OBH で，

OA＝OB ………………… ①

∠OHA＝∠OHB＝90°…… ②

OH＝OH ………………… ③

①，②，③ より，

直角三角形で斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので，

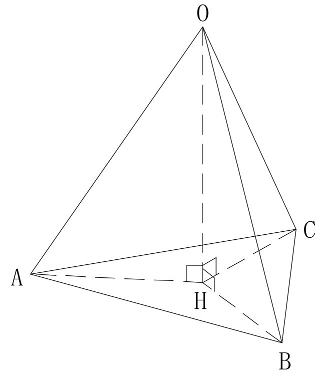
△OAH≡△OBH

よって，AH＝BH ……………… ①

同様にして，△OBH≡△OCH

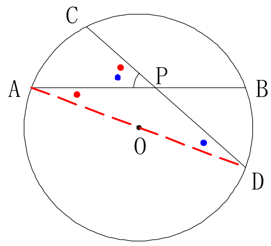
よって，BH＝CH ……………… ②

①，②より，AH＝BH＝CH



4．∠APCは △PADの外角だから，
∠APC＝∠PDA＋∠PAD

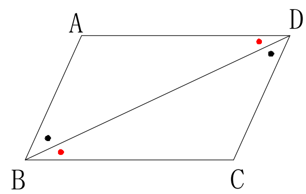
すなわち，∠APC の大きさは，$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角と，$\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角の和に等しい。



図形と合同 …… 平行四辺形

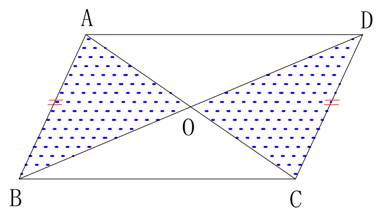
§1　平行四辺形

1．仮定：AB // CD，AD // CD
結論：∠A＝∠C，∠B＝∠D

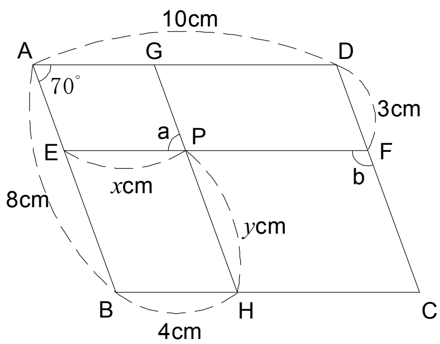


△ABD と △CDB で，
BD＝DB ……………… ①
AB // CDより∠ABD＝∠CDB ……… ②
AD // CBより∠ADB＝∠CBD ……… ③
①，②，③ より，１辺と両端の角がそれぞれ等しいので，△ABD≡△CDB
よって，∠A＝∠C
同様にして，△ABC≡△DCB
よって，∠B＝∠D
すなわち，平行四辺形の向かい合う角は等しい。

2．△AOB と △COD で，
AB＝CD ………………………………… ①
AB // CD だから，∠OAB＝∠OCD …… ②
∠OBA＝∠ODC …… ③
①，②，③ より，
１辺と両端の角がそれぞれ等しいので
△AOB≡△OCD
よって，AO＝CO，BO＝DO
すなわち，平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。



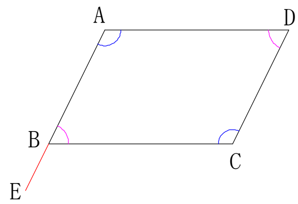
3．　$x = 4cm$　　$y = 8 - 3 = 5cm$
∠a＝70°，∠b＝180°－70°＝110°



4．∠A＋∠B＝∠C＋D ……………… ①
∠A＋∠B＋∠C＋∠D＝360° …… ②
①，② より，

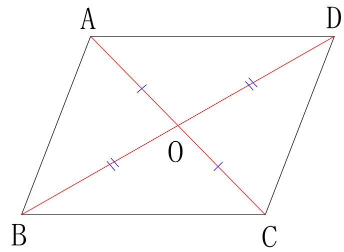
$$∠A+∠B=\frac{360}{2}=180° \cdots\cdots ③$$

また，∠B＋∠CBE＝180° ……… ④
③，④ より，
∠A＝∠CBE
よって，同位角が等しいから，AD // BC
また，∠A＝∠C＝∠CBE
よって，錯角が等しいから，AB // DC

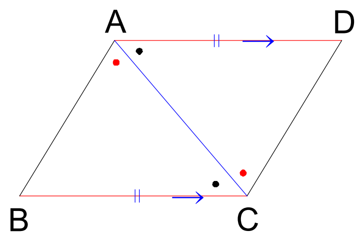


5．△AOB と △COD で，
仮定より，AO＝CO ………………………… ①
BO＝DO ………………………… ②
対頂角は等しいから，∠AOB＝∠COD …… ③
①，②，③ より，△AOB≡△COD
よって，∠OAB＝∠OCD
よって，錯角が等しいから，AB // DC

同様にして，△AOD≡△COB
よって，∠OAB＝∠OCB
よって，錯角が等しいから，AD // BC

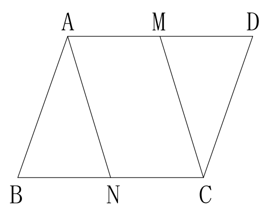


6．△ADC と △CBA で，
仮定より，AD＝BC ……………………………… ①
AD // BC より，∠CAD＝∠ACB …… ②
AC＝CA ………………………………………………… ③
①，②，③ より，２辺とその間の角が
それぞれ等しいから，△ADC ≡△CBA
よって，
∠CAD＝∠ACB
よって，錯角が等しいから，AB // DC
よって，AD // BC，AB // DC となり，向かい合う
２組の辺がそれぞれ平行であるから四角形ABCDは
平行四辺形である。



7．(1) 向かい合う角が，それぞれ等しいから，平行四辺形である。
(2) 平行四辺形ではない。
(3) AD // BC となり，かつ，AD＝3cm，BC＝3cm だから，
１組の向かいあう辺が，等しくて平行であるから，平行四辺形である。

8．四角形ACCMで，
四角形ABCDは平行四辺形だから，AN// NC ……………… ①
AD＝BC で，かつ，M，N は，AD，BC の
中点だから，AM＝NC ……………………………………… ②
①，② より，
１組の向かいあう辺が等しくて平行だから，
四角形ANCM は平行四辺形である。



練習

１．　(1)　平行四辺形である。

　　　　　△ABD≡△CDB となり，AB＝CD がいえるので
　　　　　１組の向かいあう辺が等しくて平行であるから

　　　(2)　平行四辺形とはいえない。

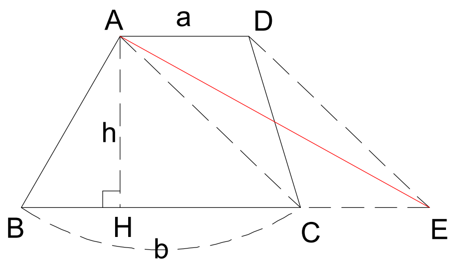
２．長方形の対角線：互いに他を２等分する
　　ひし形の対角線：互いに他を２等分し，かつ，垂直に交わる。

§2　平行線と面積

１．CE＝AD＝a である。
　　また，△ADC＝△AEC だあるから、

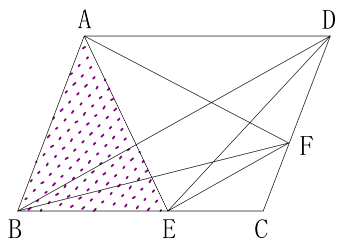
$$\text{台形ABCD}=\triangle ABE=\frac{1}{2}(BC+CE)\times AH$$

$$=\frac{1}{2}(a+b)h$$



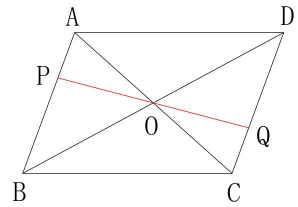
練習

１．△BDE，△BDF，△ADF



問題

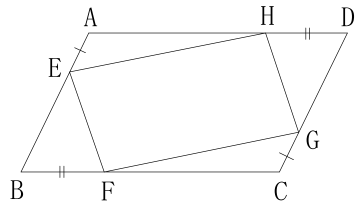
１．△AOP と △COQ で,
平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるから,
AO＝CO ……………… ①
AB // CD だから
∠AOP＝∠COQ ……… ②
対頂角は等しいから,
∠AOP＝∠COQ ……… ③
①，②，③ より， １辺と両端の角がそれぞれ等しいから,
△AOP≡△COQ
よって，OP＝OQ



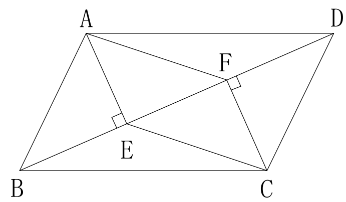
２．△AEH と △CGF で,
仮定より,
AE＝CG …………… ①
平行四辺形の向かいあう角は等しいから,
∠A＝∠C ………… ②
また，AD＝BC，かつ，HD＝BF だから
AH＝CF …………… ③
①，②，③ より， ２辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△AEH≡△CGF
よって，EH＝FG …………… ④

同様にして,
△BEF≡△DGH
よって，EF＝HG …………… ⑤

④，⑤ より， ２組の向かいあう辺がそれぞれ等しいから
四角形EFGHは 平行四辺形である。

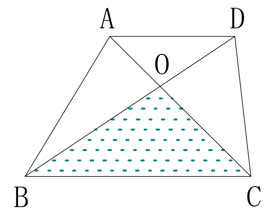


３．△ABE と △CDF で,
仮定より,
∠ABE＝∠DFC＝90° ……… ①
平行四辺形の向かいあう辺は等しいから,
AB＝CD …………………… ②
AB // CD だから,
∠AB＝∠CDF ……………… ③
①，②，③ より,
直角三角形で，斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので,
△ABE≡△CDF
よって，AE＝CF ………………… ④
また，① より，AE // CF ……… ⑤
④，⑤ より,
１組の向かいあう辺が等しくて平行だから,
四角形AECF は平行四辺形である。

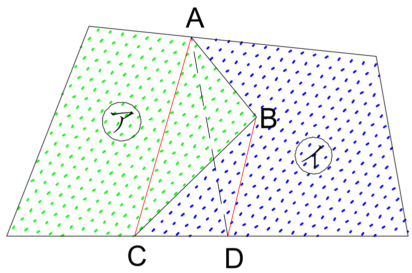


4． (1) AD // BC だから，△ABC＝△DCB ……… ①
△AOB＝△ABC－△OBC …………………… ②
△DOC＝△DCB－△OBC …………………… ③
①，②，③ より，
△AOB＝△DOC である。

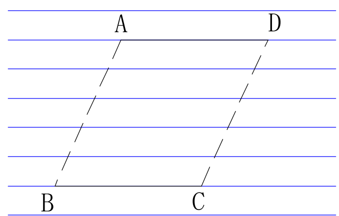
(2) 仮定より，
△AOB＝△DOC …………… ①
また，
△ABC＝△AOB＋△OBC …… ②
△DBC＝△DOC＋△OBC …… ③
①，②，③ より，
△ABC＝△DBC
よって，AD // DC



5．点AとCを結ぶ。
点Bから，直線ACに平行な直線をひき，
境界との交点をDとすれば，Dは求める点である。



6． (イ) 四角形ABCD で，
AD＝BC ……… ①
AD // BC …… ②
①，② より，
1組の向かいあう辺が等しくて平行だから，
四角形ABCDは 平行四辺形 である。



7．∠KOB は二等辺三角形OPB の外角だから，
∠KOB＝2∠OPB ……………………………… ①
∠KOA は二等辺三角形OPA の外角だから，
∠KOA＝2∠OPA ……………………………… ②
①－② より，
∠KOB－∠KOA＝2(∠OPB－∠OPA)

ここで，

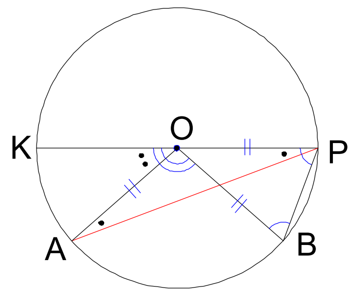
∠KOB－∠KOA＝∠AOB

∠OPB－∠OPA＝∠APB だから，

∠AOB＝2∠APB

よって，

$\angle APB = \dfrac{1}{2}\angle AOB$



以上