

総合問題-8 解答

目次2へ 問題へ

1 (1) ① -1 ② 3 ③ $-2x + 14$
 ④ $-2x+1$ ⑤ $\frac{7x-16y}{6}$ ⑥ $\frac{5a+7b}{12}$
 ⑦ $\sqrt{3}$ ⑧ $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ ⑨ $-7-\sqrt{3}$ ⑩ $-5x-10$

(2) $(x, y) = (3, 1)$ (3) $x = 1, 2$ (4) $-a(x-5)^2$
 (5) 3 (6) $x = 6 \pm 2\sqrt{2}$ (7) 54
 (8) $a = 2c - b$ (9) 40000 (10) $n = \frac{m-2}{5}$

2. (1) $x + y = 600$
 $\frac{6}{100}x + \frac{12}{100}y = \frac{10}{100} \times 600$ 答

(2) $x + y = 600$ ①
 $\frac{6}{100}x + \frac{12}{100}y = \frac{10}{100} \times 600$. . . ②
 ② $\times 100 \div 6$
 $x + 2y = 1000$ ②'
 ②' $-$ ① $y = 400$
 これを①に代入して $x = 200$ 答 6% 200g, 12% 400g

(3) 蒸発する水の量を x g とすると
 $\frac{10}{100} \times 600 = \frac{12}{100} \times (600 - x) \rightarrow 5 \times 600 = 6 \times (600 - x)$
 $\rightarrow 3000 = 3600 - 6x \rightarrow 6x = 600 \rightarrow x = \frac{600}{6} = 100$
 答 100 g

3. (1) 実際に④番目, ⑤番目の図を書いてみる。
⑤番目の右下すみは 21

答 21

- (2) 左下すみの数字の法則を見つける。

①番目の左下すみの数字 $= 1 = 1^2$

②番目の左下すみの数字 $= 4 = 2^2$

③番目の左下すみの数字 $= 9 = 3^2$

.....

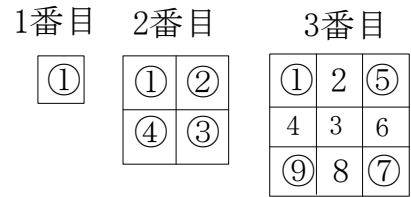
n番目の左下すみの数字は $= n^2$

$n^2 = 64 = 8^2$

n=8、したがって左下すみの数字が 64 になるのは 8番目である。
8番目の右下すみの数字は

$64 - (8 - 1) = 57$

答 57



- (3) 右下すみの数字の法則を見つける。

①番目の右下すみの数字 $= 1 = 1^2 - 0$

②番目の右下すみの数字 $= 3 = 2^2 - 1 = 2^2 - (2 - 1)$

③番目の右下すみの数字 $= 7 = 3^2 - 2 = 3^2 - (3 - 1)$

④番目の右下すみの数字 $= 13 = 4^2 - 3 = 4^2 - (4 - 1)$

.....

n番目の右下すみの数字

$= n^2 - (n - 1) = n^2 - n + 1$

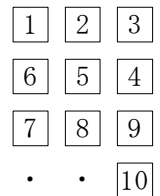
4. (1) 実際にかいてみればわかります。 18 答 18

- (2) 法則をみつける。
真ん中のカードは上から順に

$2, 5, 8, 11 \dots \rightarrow 3-1, 6-1, 9-1, 12-1, \dots$

でわかるように、
3 の倍数から 1 を引いた数になっている。

したがって、 $3n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 答 $3n - 1$



- (3) 1 段目 (奇数段) は左から右へ、2 段目 (偶数段) は右から左へ数字がすすむ。100に一番近い真ん中の数字をみつける。

$3n - 1 = 3 \times 33 - 1 = 99 - 1 = 98$

$3n - 1 = 3 \times 34 - 1 = 102 - 1 = 101$

上から33段目 (奇数段) , 34段目 (偶数段) の真ん中の数字は 98, 101

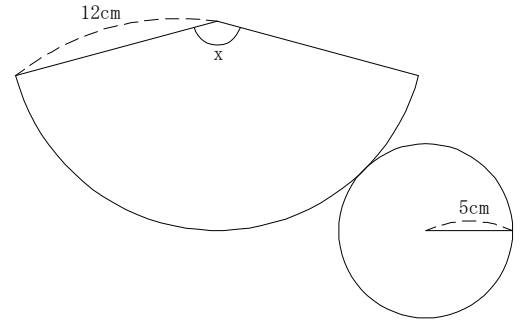
97, 98, 99 33段目
102, 101, 100 34段目

答 34段目
左から3番目

5. (1) 求める角度を x とすると
半径 12cm の扇形の円弧の長さと
半径 5cm の円の円周の長さが等
しいから、

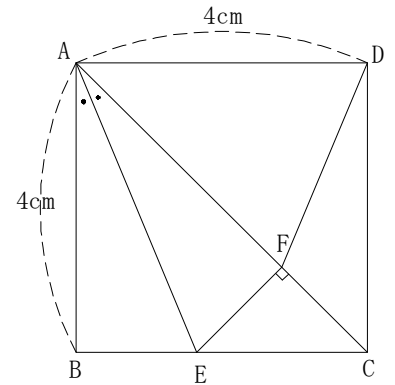
$$\frac{x}{360} \times 2\pi \times 12 = 2\pi \times 5$$

$$x = 5 \times \frac{360}{12} = 150 \quad \text{答 } 150^\circ$$



(2) $\frac{150}{360} \times \pi \times 12^2 + \pi \times 5^2 = 85\pi$ 答 $85\pi \text{cm}^2$

6. (1) $\triangle ABE$ と $\triangle AFE$ で
四角形 ABCD は正方形で $AC \perp EF$ より
 $\angle ABE = \angle AFE = 90^\circ$ ①
AE は $\angle BAC$ の二等分線より
 $\angle BAE = \angle FAE$ ②
共通な辺より
AE = AE ③
①, ②, ③ より 直角三角形で斜辺と 1 つの鋭角が
それぞれ等しいので
 $\triangle ABE \equiv \triangle AFE$



- (2) (1) より、 $\triangle ABE \equiv \triangle AFE$ だから、 $AB = AF = AD = 4\text{cm}$
よって、 $\triangle ADF$ は二等辺三角形

$$\text{したがって } \angle ADF = \frac{180 - 45}{2} = 67.5$$

$$\angle CDF = 90 - 67.5 = 22.5$$

答 22.5°

- (3) $\triangle ECF$ は 直角二等辺三角形 であるから
 $EC = \sqrt{2} \times FC = \sqrt{2} \times (AC - AF) = \sqrt{2} \times (4\sqrt{2} - 4)$
 $= 8 - 4\sqrt{2}$

答 $8 - 4\sqrt{2} \text{ cm}$

(4) $\triangle CDF = \triangle ADC \times \frac{FC}{AC} = 8 \times \frac{4\sqrt{2} - 4}{4\sqrt{2}} = 8 \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$
 $= 8 \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 8 - 4\sqrt{2}$

答 $8 - 4\sqrt{2} \text{ cm}^2$

7. (1) $9 = \frac{1}{4}x^2$ より $x^2 = 36$ $x = -6, 6$

よって、 $A(-6, 9)$

答 $A(-6, 9)$

- (2) 2点 $A(-6, 9), (2, 1)$ を通る直線

$$y = ax + b$$

$$-6a + b = 9$$

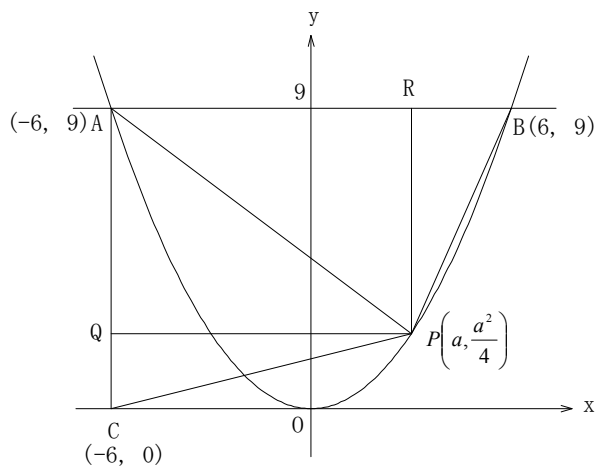
$$2a + b = 1$$

を解いて $a = -1, b = 3$

よって、 $y = -x + 3$

答 $y = -x + 3$

(3) 点Pの x 座標を a とすると、点Pの座標は $P\left(a, \frac{a^2}{4}\right)$



$$\Delta APC = \frac{1}{2} \times AC \times PQ = \frac{1}{2} \times 9 \times (a+6) = \frac{9a}{2} + 27$$

$$\Delta APB = \frac{1}{2} \times AB \times PR = \frac{1}{2} \times 12 \times \left(9 - \frac{a^2}{4}\right) = 54 - \frac{3a^2}{2}$$

$$\frac{9a}{2} + 27 = 54 - \frac{3a^2}{2} \qquad a^2 + 3a - 18 = 0$$

$$9a + 54 = 108 - 3a^2 \qquad (a+6)(a-3) = 0, a > 0$$

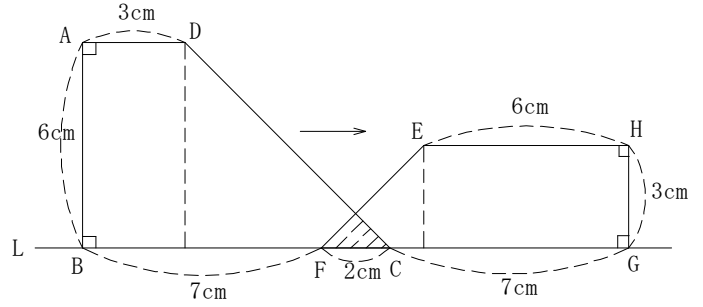
$$3a^2 + 9a - 54 = 0 \qquad a = 3$$

答 $P\left(3, \frac{9}{4}\right)$

8.

- (1) 2秒後 →重なった部分
は直角二等辺
三角形

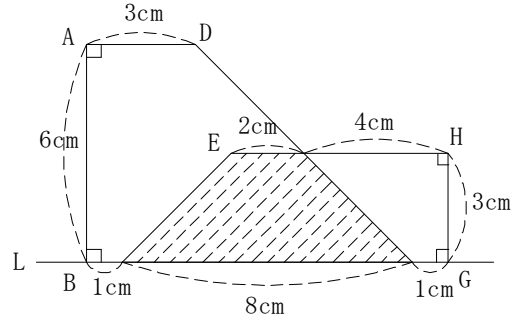
$$S = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1$$



8秒後

$$S = \frac{(2+8) \times 3}{2} = 15$$

答 2秒後 1cm^2 , 8秒後 15cm^2



- (2) $0 \leq t \leq 6$ のとき

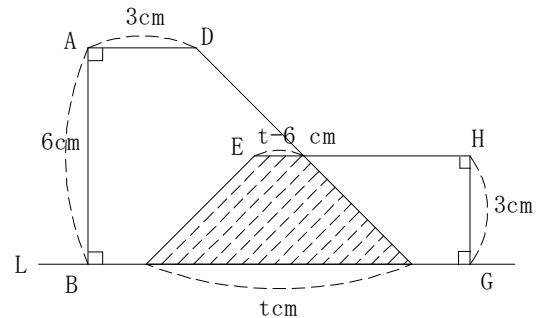
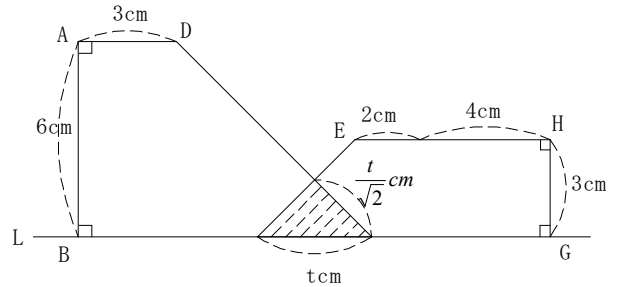
$$S = \frac{1}{2} \times \frac{t}{\sqrt{2}} \times \frac{t}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4} t^2$$

$6 \leq t \leq 9$ のとき

$$S = \frac{(t+t-6) \times 3}{2} = 3t - 9$$

答 $S = \frac{1}{4} t^2$ ($0 \leq t \leq 6$)

$S = 3t - 9$ ($6 \leq t \leq 9$)



- (3) $\frac{1}{4} t^2 = 5 \rightarrow t^2 = 20$

$$\rightarrow t = \pm 2\sqrt{5}$$

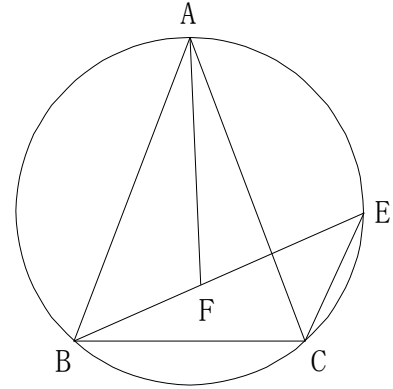
$$\rightarrow t > 0 \text{ より } t = 2\sqrt{5}$$

$$3t - 9 = 5 \rightarrow 3t = 14 \rightarrow t = \frac{14}{3}$$

これは $6 \leq t \leq 9$ の範囲外であるから
答えではない。

答 $2\sqrt{5}$ 秒後

9. (1) $\triangle ABC$ と $\triangle ACE$ で
 仮定より $AB=AC$ ①
 $BF=CE$ ②
 弧AE に対する円周角より
 $\angle ABF = \angle ACE$ ③
 ①, ②, ③ より
 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ABF \equiv \triangle ACE$



- (2) ① (1) より $\triangle ABF \equiv \triangle ACE$ だから $AF=AE$
 したがって、三角形 AFE は二等辺三角形。よって
 $\angle AFE = \angle AEF$

$= \angle ACB$ (\because 弧AB上の角)
 $= \angle ABC$ (\because $\triangle ABC$ は二等辺三角形)

弧BCは円周の $\frac{2}{5}$ だから、

弧BC上の円周角 $\angle BAC = 360 \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = 72$

よって、 $\angle AFE = \angle ACB = \frac{1}{2}(180 - 72) = 54$

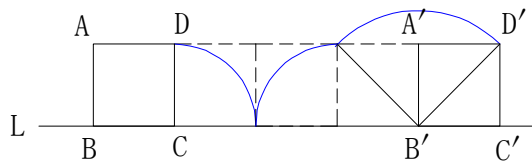
答 54°

- ② (1) より $\triangle ABF \equiv \triangle ACE$ だから

$\angle AEC = \angle AFB = 180 - \angle AFE = 180 - 54 = 126$

答 126°

10. (1) 答 右図



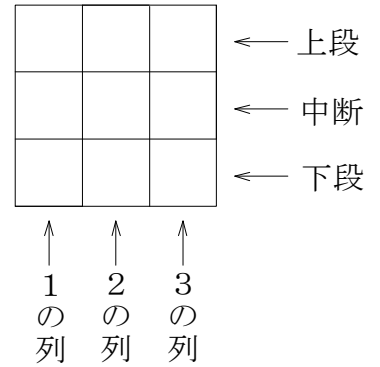
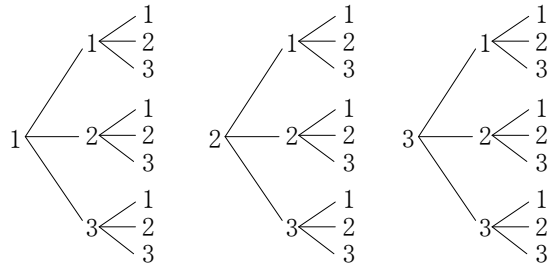
- (2) 半径 2cm, 中心角 90° の円弧が2個と、半径 $2\sqrt{2}cm$, 中心角 90° の円弧が1個

$$\left(\frac{90}{360} \times 2 \times \pi \times 2 \right) \times 2 + \frac{90}{360} \times 2 \times \pi \times 2\sqrt{2} = 2\pi + \sqrt{2}\pi$$

$$= (2 + \sqrt{2})\pi$$

答 $(2 + \sqrt{2})\pi$

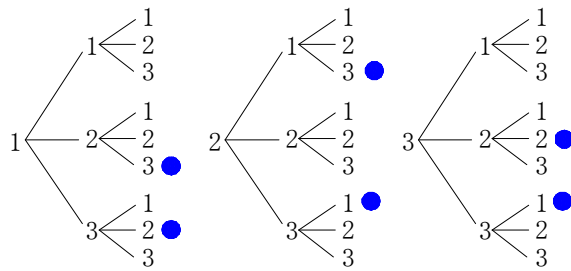
11. ア



$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

答 27とおり

イ



6とおり (青丸)

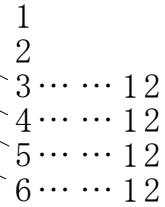
$$\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

答 $\frac{2}{9}$

12. ア Bのおはじきの数がちょうど12個になるのは、

- A
- 10 + 1 = 11
 - 10 + 2 = 12
 - 10 + 3 = 13
 - 10 + 4 = 14
 - 10 + 5 = 15
 - 10 + 6 = 16

- B
- 10 - 1 = 9
 - 10 - 2 = 8
 - 10 - 3 = 7
 - 10 - 4 = 6
 - 10 - 5 = 5
 - 10 - 6 = 4



答 4 とおり

イ Bのおはじきの数が12個以上になるのは、

- 9 + 3, 9 + 4, 9 + 5, 9 + 6 4 とおり
- 8 + 4, 8 + 5, 8 + 6 3 とおり
- 7 + 5, 7 + 6 2 とおり
- 6 + 6 1 とおり

全部で 4 + 3 + 2 + 1 = 10 とうり

一方、サイコロの目のでかたは、6 × 6 = 36 とおり

よって、求める確率は $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

答 $\frac{5}{18}$

以上