2次関数特集 問題

目次1へ　解答へ

2次関数と比例

（1）2次関数　yがxの2次関数で表される関数を2次関数という。

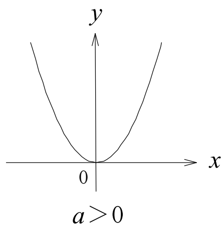
式は一般に $y = ax^2 + bx + c$（a, b, c は定数　$a \neq 0$）となる。

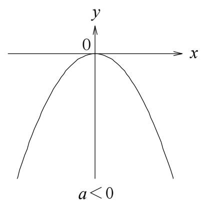
（2）2次関数　$y = ax^2$ は $y = ax^2 + bx + c$ で，$b=0, c=0$ の場合である。

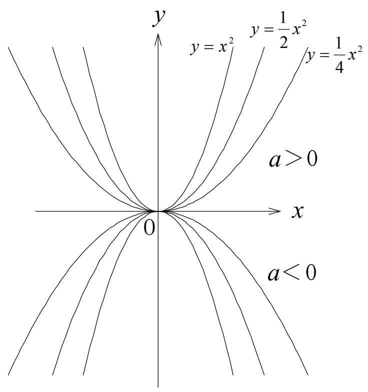
$y = ax^2$ は yは x^2に比例し 比例定数は aである。

（3）$y = ax^2$ のグラフ

① 原点を通り，y軸について対称な放物線
② a＞0のとき，上に開く。
③ a＜0のとき，下に開く。
④ aの絶対値が大きいほどグラフの開きはせまくなる。







（4）$y = ax^2$ の変化の割合

$$\text{変化の割合}＝\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

いま，xの値が bからcまで 増加したとき，

xの増加量は $c - b$

また，$x=b$のときの yの値は ab^2，

$x=c$のときの yの値は ac^2

したがって，yの増加量は $ac^2 - ab^2$

$$\text{変化の割合}＝\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}＝\frac{ac^2 - ab^2}{c-b} = \frac{a(c^2-b^2)}{c-b} = \frac{a(c-b)(c+b)}{c-b} = a(b+c)$$ となる。

（例）$y = 2x^2$ でxの値が−1から2まで変化したときの変化の割合＝$2(-1+2) = 2$

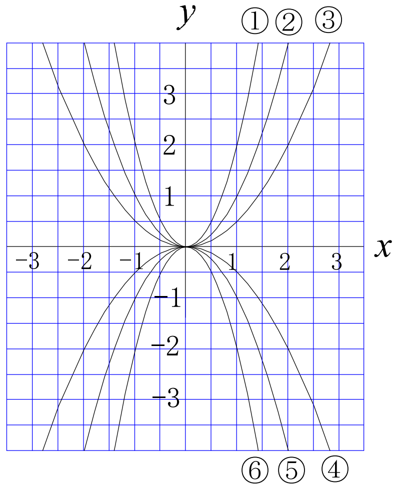
3から5まで変化したときの変化の割合＝$2(3+5) = 16$

（5）直線と放物線の交点

① 直線の式と放物線の式から連立方程式を解いて交点の座標を求める。
② 交点の2つのx座標と放物線の式から直線の式を求める。
③ 交点の1つのx座標と直線の式から放物線の式と他の交点を求める。
④ 線分ABと交わる $y = ax^2$ の aの範囲を求める。

問 題

1．次の図の①～⑥のグラフの式を求めよ。



2．xの値の変化が次のとき，下の(1)～(4)の各関数の変化の割合を求めよ。
① -3から-2まで　　② 1から3まで

(1)　$y = 5x$　　(2)　$y = -5x$　　(3)　$y = 5x^2$　　(4)　$y = -5x^2$

3．2次関数 $y = ax^2$ について，次の問いに答えよ。

(1) xの値が3から5まで増加するときの変化の割合をaを用いた式で表せ。

(2) xの値が3から5まで増加するときの変化の割合が24のとき，aの値を求めよ。

4．xの値が2から5まで増加するとき，2次関数 $y = ax^2$と 1次関数 $y = -7x + 10$ の変化の割合が等しいという。このとき，aの値を求めよ。

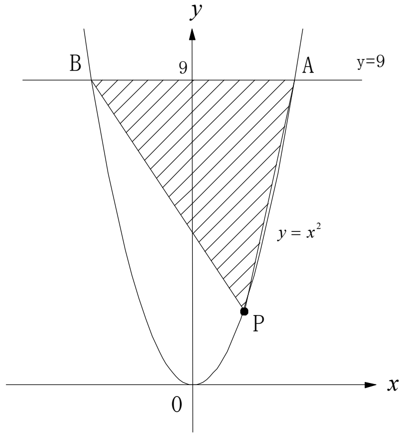
5．次の関数の値域を求めよ。

(1)　$y = 4x - 5$　(−1≦x≦3)

(2)　$y = \frac{1}{2}x^2$　(−1≦x≦3)

(3)　$y = -4x^2$　(−4≦x≦1)

6．右の図のように放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 9$ が2点A，Bで交わっています。いま，放物線上に点Pを，直線 $y = 9$ の下側にとったとき，△ABPの面積が15になった。このとき，点Pの座標を求めよ。

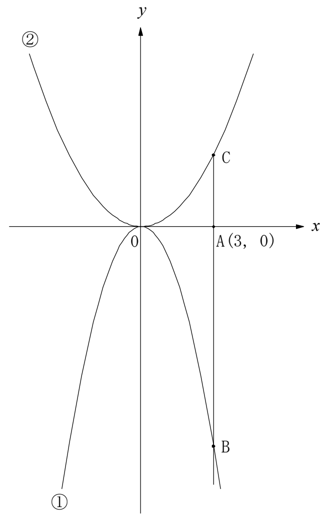


7．右の図で①は$y=-x^2$ のグラフで，②はy軸について対称で原点を頂点とする上に開いた放物線である。座標A(3, 0)を通りy軸に平行な直線と ①，②のグラフとの交点をそれぞれB，CとするとAB:AC=3:1である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点Cの座標を求めよ。

(2) ②のグラフの式を求めよ。

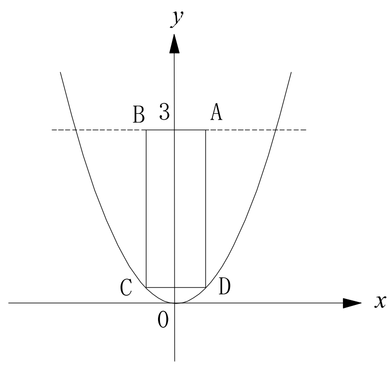
(3) y軸について点Aと対称な点をA'とするとき 2点$A'B$を通る直線の式を求めよ。



8．右の図で，放物線は$y=x^2$のグラフで，四角形ABCDは長方形である。2点A，Bのy座標はともに3であり，2点C，Dは放物線上にあって，y座標はともに3より小さい。点Aのx座標をa(a＞0)とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $a=\dfrac{1}{2}$ のとき，点Dの座標を求めよ。

(2) 四角形ABCDが正方形になるときの aの値を求めよ。

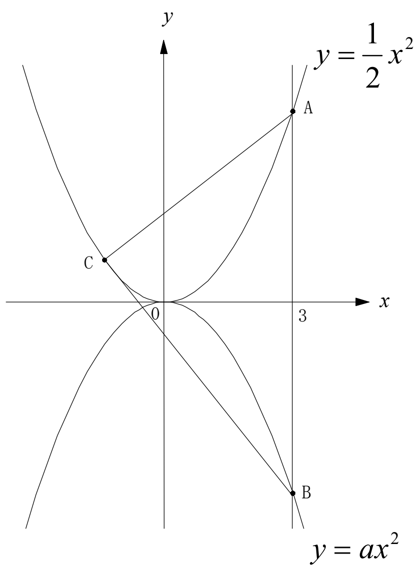


9．右の図において，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフと $y=ax^2$ のグラフは，x軸について対称な放物線である。いま，直線$x=3$ と両グラフとの交点を，それぞれA，Bとする。このとき,次の問いに答えよ。

(1) 点Aの座標を求めよ。

(2) $y=ax^2$ の aの値を求めよ。

(3) △ABCの面積が18となるような，放物線$y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点Cの座標を求めよ。(点Cのx座標は負とする)

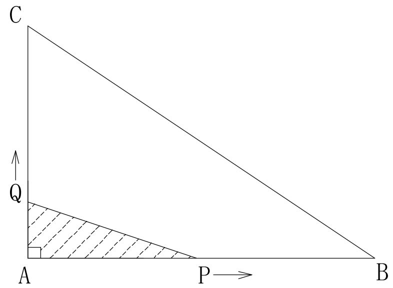


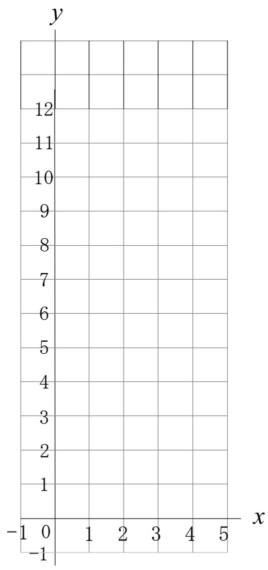
10．直角三角形ABCにおいて，∠A＝90°，AB＝9cm，AC＝6cm である。2点P，Qが点Aを同時に出発し，点Pは線分AB上を毎秒3cmで，点Qは線分AC上を毎秒1cmで動くものとする。2点P，Qが点Aを出発してからx秒後の△APQの面積を$y$cm^{2}とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) xとyの関係を表す式を求めよ。

(2) (1)の関係をグラフに表せ。

(3) △APQの面積が△ABCの面積のちょうど半分になるのは出発してから何秒後か。

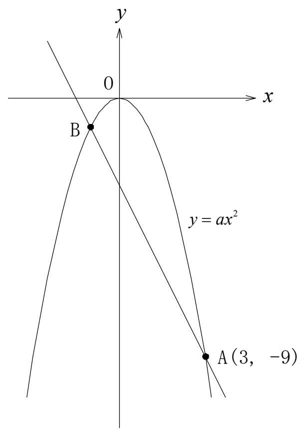




11．右の図は，放物線$y = ax^2$（aは定数，$a \neq 0$）と，放物線上の2点A，Bを通る直線のグラフである。次の問いに答えよ。

(1) aの値を求めよ。

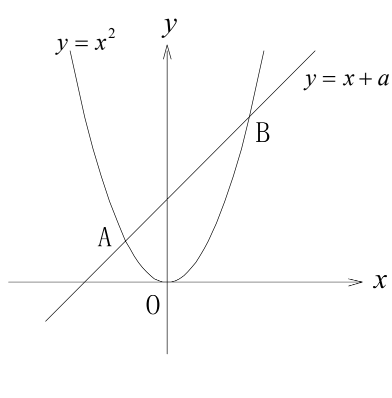
(2) 点Bのx座標が-1のとき，直線ABの式を求めよ。



12．右の図のように，放物線$y = x^2$ と直線$y = x + a$ の交点をA，Bとするとき，次の問いに答えよ。

(1) $a = 1$ のとき，点Aの座標を求めよ。

(2) $a = 2$ のとき，△AOBの面積を求めよ。

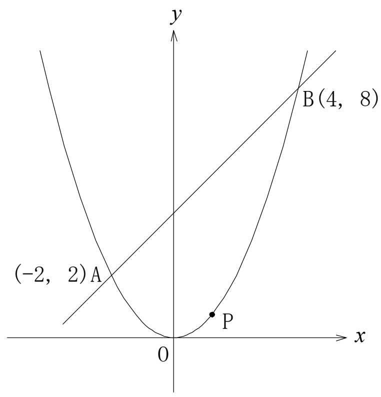


13. 右の図のように，放物線 $y=ax^2$ (aは定数，a≠0)のグラフ上に2点A(-2，2)，B(4，8)がある。このとき，次の問いに答えよ。

(1) aの値を求めよ。

(2) 直線ABの式を求めよ。

(3) この放物線のグラフ上で，原点0と点Bの間を動く点Pがある。△AOBの面積と△APBの面積が等しくなるような点Pの座標を求めよ。

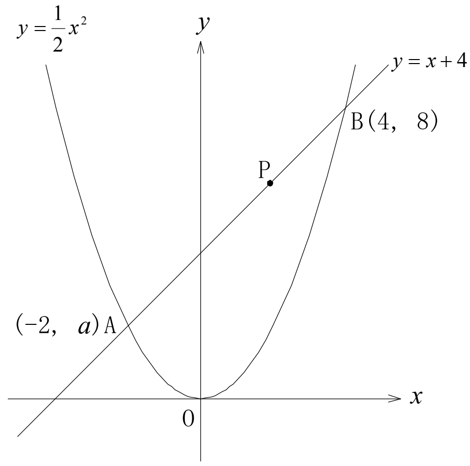


14. 右の図は，関数 $y=x+4$ と，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，どちらも2点A(-2, a)，B(4, 8)を通る。このとき，次の問いに答えよ。

(1) aの値を求めよ。

(2) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ において，xの値が1から4まで変化するとき，xの変化に対するyの値の変化の割合を求めよ。

(3) 直線AB上を動く点をPとする。点Pのx座標が$1 \leqq x \leqq 4$の範囲にあるとき，次の①，②の問いに答えよ。

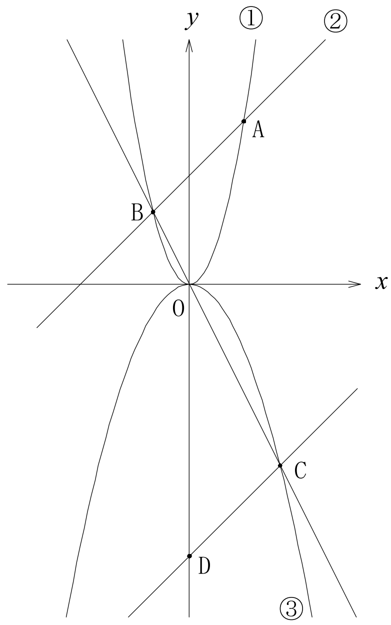


① 原点0と点Pを通る直線OPの傾きをmとすると，mはどんな範囲の値をとるか。不等号を使って表せ。

② 点Pのx座標をtとするとき，△OBPの面積をtの式で表せ。

15．右の図は放物線 $y=2x^2$ ……① 直線 $y=x+3$ ……②
および放物線 $y=ax^2$（a＜0）……③ のグラフである。
これについて，次の問いに答えよ。

(1) ①と②の交点A，Bの座標を求めよ。
(2) 直線BOが放物線③と交わる点Cの座標をaを用いて表せ。
(3) 点Cを通り直線②に平行な直線がy軸と交わる点をDとするとき，△ABOと△CODの面積の比が2:5になったという。このときのaの値を求めよ。



以上