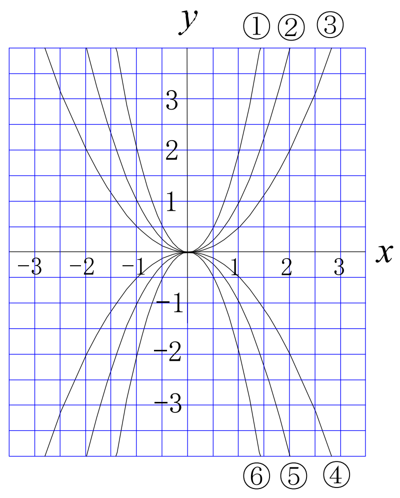
2次関数特集　解答　　　　　目次1へ　問題へ



1．①～⑥のグラフはすべて原点を通る放物線だから
　$y = ax^2$ と表すことができる。

① 点(1，2)を通るから $2 = a \times 1^2 \rightarrow a = 2 \rightarrow y = 2x^2$

② 点(1，1)を通るから $1 = a \times 1^2 \rightarrow a = 1 \rightarrow y = x^2$

③ 点(2，2)を通るから $2 = a \times 2^2 \rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x^2$

④ 点(2，−2)を通るから $-2 = a \times 2^2 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$\rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2$

⑤ 点(1，−1)を通るから $-1 = a \times 1^2 \rightarrow a = -1 \rightarrow y = -x^2$

⑥ 点(1，−2)を通るから $-2 = a \times 1^2 \rightarrow a = -2 \rightarrow y = -2x^2$

2．① −3から−2までの場合
　(1) 5　(2) −5　(3) $5(-3-2) = -25$　(4) $-5(-3-2) = 25$

② 1から3までの場合
　(1) 5　(2) −5　(3) $5(1+3) = 20$　(4) $-5(1+3) = -20$

（注）1次関数 $y = ax + b$ では変化の割合は常に一定で，その値は a である。

3．(1) $a(3+5) = 8a$
　(2) $8a = 24$ より $a = 3$

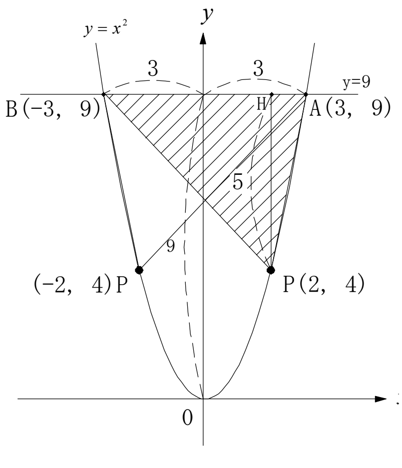
4．$a(2+7) = -7$ より $a = -\frac{7}{9}$

5．概略のグラフをかいて求めること。
　(1) −9≦y≦7
　(2) 0≦y≦$\frac{9}{2}$
　(3) −64≦y≦0

6．点A,Bの y座標が9だから，そのx座標は

$9 = x^2$ より，$x = \pm 3$　よって点A，Bの座標は

A(3，9)，B(−3，9)
したがって，線分ABの長さ＝$3 + 3 = 6$



点Pから線分ABにおろした垂線をPHとすれば

△ABP＝$\frac{1}{2} \times AB \times PH = \frac{1}{2} \times 6 \times PH = 3 \times PH$

$3 \times PH = 15$ より，$PH = 5$

点Pのy座標は$9 - 5 = 4$

x座標は$4 = x^2$ より x＝±2

以上より点Pの座標は (2，4)，(−2,4) である

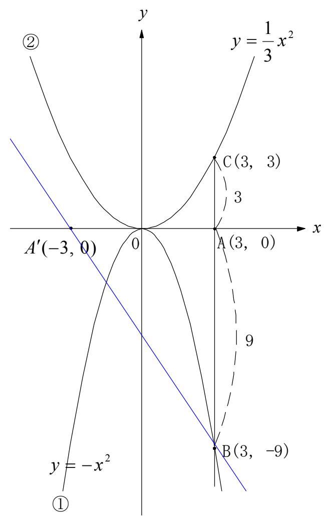
7．(1) まず，点Bの座標を求める。点Bのx座標は3であるから，

y座標は $y=-x^2=-(3)^2=-9$ → B(3,−9) である。
したがって，線分ABの長さは AB＝9

AB:AC＝3:1 より，→ 3AC＝1AB →$AC=\frac{AB}{3}=\frac{9}{3}=3$

点Cのx座標は3であるから

点Cの座標は C(3, 3)



(2) 求める式を$y=ax^2$ とすれば，これは点 C(3, 3)を

通るから，$3=a\times 3^2$ → $a=\frac{1}{3}$

よって，求める式は $y=\frac{1}{3}x^2$

(3) 点A'の座標は$A'(-3, 0)$，点Bの座標は(1)よりB(3, −9)。 この2点を通る直線の式を求めればよい。

傾き＝$\frac{-9-0}{3-(-3)}=-\frac{3}{2}$ で，

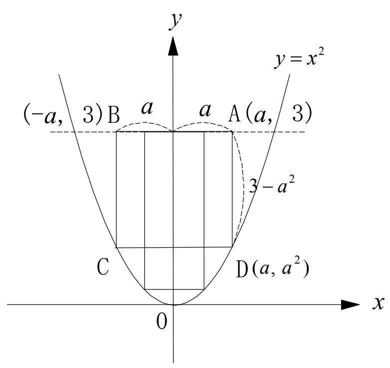
求める直線の式を$y=-\frac{3}{2}x+b$ とすれば，これが点$A'(-3, 0)$を通るから，

$0=-\frac{3}{2}\times(-3)+b$ より $b=-\frac{9}{2}$ よって求める式は

$y=-\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}$

8．(1) $a=\frac{1}{2}$ すなわち点Dのx座標が$\frac{1}{2}$ であるから

y座標は$y=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ よって，$\mathrm{D}\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$



(2) 四角形ABCDが正方形になるのは，右図より
$2a=3-a^2$ のとき，これより
$a^2+2a-3=0$ → $(a-1)(a+3)=0$,
$a=1, -3$ $a>0$ であるから
$a=1$

9．　(1)　点Aのx座標は3，y座標は$y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$

よって，A$\left(3, \frac{9}{2}\right)$

(2)　$a = -\frac{1}{2}$

(3)　点Cのx座標を$-m$とすると

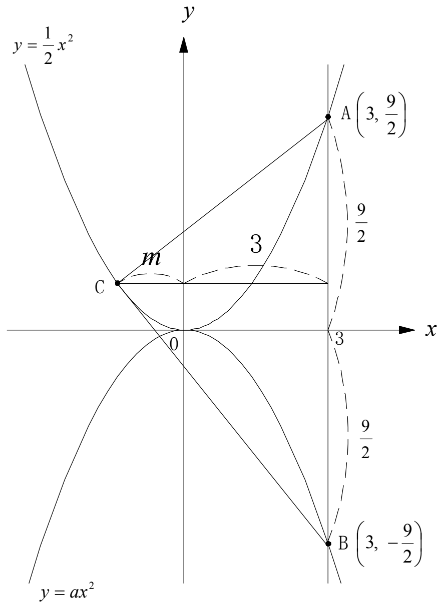
$$\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times (m+3) = 18$$

$AB = \frac{9}{2} \times 2 = 9$ であるから,

$$\frac{1}{2} \times 9 \times (m+3) = 18 \quad \rightarrow \quad m = 1$$

点Cのy座標は$y = \frac{1}{2} \times (-m)^2 = \frac{1}{2} \times (-1)^2 = \frac{1}{2}$

よって，$C\left(-1, \frac{1}{2}\right)$



10．(1)　x秒で点Pは$3x$cm，点Qは$x$cm 移動するから,

$$y = \frac{1}{2} \times 3x \times x = \frac{3}{2}x^2$$

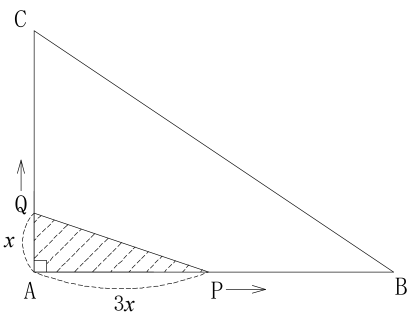
(2)　右図(赤線)

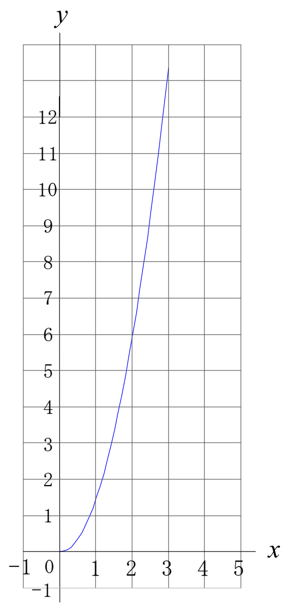
(3)　$\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$

$\frac{3}{2}x^2 = \frac{27}{2}$　より　$x = 3$

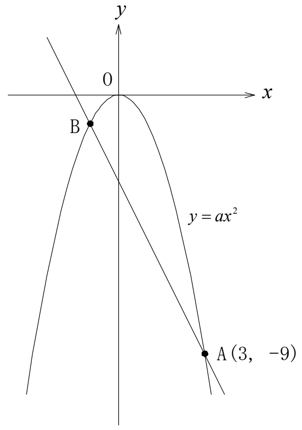
3秒後





11. (1) $-9 = a \times 3^3$ より， $a = -1$

(2) 点Bのy座標は $y = ax^2 = -1 \times (-1)^2 = -1$,
点Bの座標はB(-1, -1)
したがって，2点A(3, -9)，B(-1, -1)を通る
直線の式を求めればよい。



$y = -2x - 3$

12. (1) $y = x^2$ ……① $y = x + 1$ ……② ①，②を連立方程式として解く。

$x^2 = x + 1 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

点Aのx座標は負であるから $x = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$ y座標は $y = x + 1 = \dfrac{3 - \sqrt{5}}{2}$

$A\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}, \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$

(2) $y = x^2$ ……① $y = x + 2$ ……② ①，②を連立方程式として解いて

x＝-1，2

よって，点A，Bの座標はそれぞれ A(-1, 1)，B(2, 4)

直線 $y = x + 2$ とx軸との交点のx座標は -2

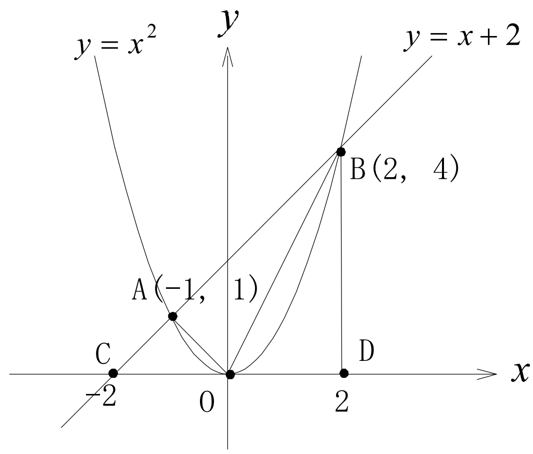
△AOB＝△BCD－△AOC－△BOD

△BCD＝$\dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

△AOC＝$\dfrac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

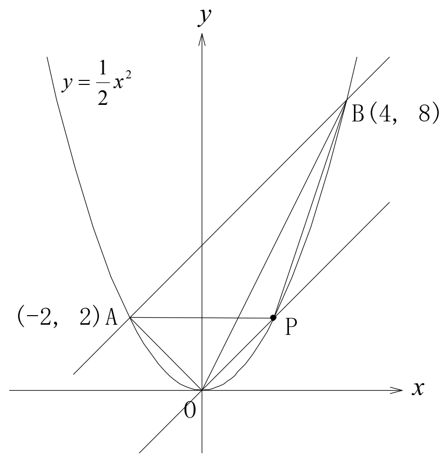
△BOD＝$\dfrac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

したがって，△AOB＝$8 - 1 - 4 = 3$



13.　(1) 放物線 $y = ax^2$ が点A(−2，2)を通るから

$2 = a \times (-2)^2 \rightarrow a = \dfrac{1}{2}$



(2) $y = x + 4$

(3) 原点を通り(2)で求めた $y = x + 4$ に平行な直線，すなわち $y = x$ と $y = \dfrac{1}{2}x^2$ との交点が求める点Pである。

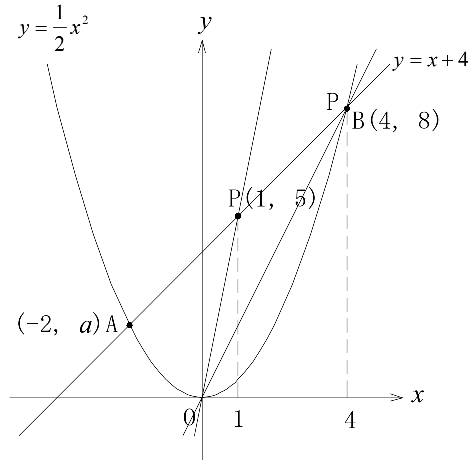
$\dfrac{1}{2}x^2 = x$　　これを解いて，x＝0，2

よって，点Pのx座標は 2，　y座標は $y = \dfrac{1}{2} \times 2^2 = 2$

以上より，点P(2，2)

14.　(1) 点Aは直線 $y = x + 4$ 上の点だから

$a = -2 + 4 = 2$



(2) 変化の割合＝$\dfrac{1}{2} \times (1 + 5) = 3$

(3) ① x＝1のとき，点Pのy座標は $y = 1 + 4 = 5$

直線OPの傾き＝5

x＝4のとき，点Pのy座標は $y = 4 + 4 = 8$

直線OPの傾き＝2

以上から，2≦m≦5

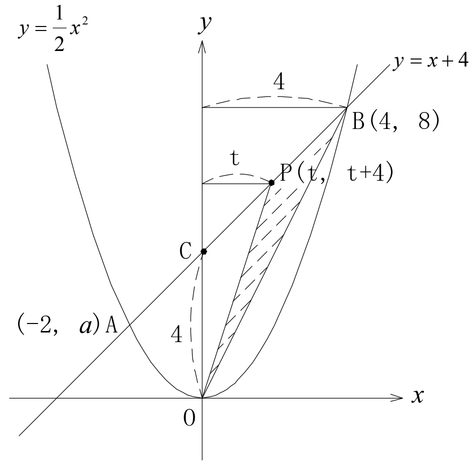
② △OBP＝△OBC－△OPC

点Cの y座標は4

△OBC＝$\dfrac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$

△OPC＝$\dfrac{1}{2} \times 4 \times t = 2t$

以上から，△OBP＝$16 - 2t$



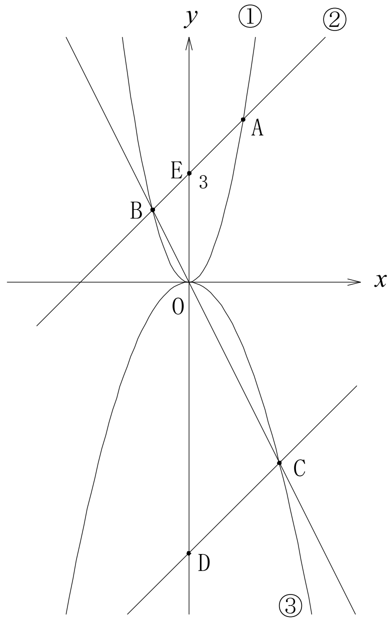
15.　(1) $2x^2 = x + 3 \rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \rightarrow$

$(x+1)(2x-3) = 0 \rightarrow x = -1, \dfrac{3}{2}$

x＝-1　のとき，$y = -1 + 3 = 2$ ……点B

x＝$\dfrac{3}{2}$　のとき，$y = \dfrac{3}{2} + 3 = \dfrac{9}{2}$ ……点A

以上から，A$\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{9}{2}\right)$，B(-1，2)



直線ABの式は$y = x + 3$ となる。

(2) 直線OBの式は$y = -2x$　これと③の式$y = ax^2$
この2つの式を連立方程式として解く。
$ax^2 = -2x \rightarrow ax^2 + 2x = 0 \rightarrow x(ax+2) = 0$

$\rightarrow x = 0, -\dfrac{2}{a}$　よって，点Cのx座標は$-\dfrac{2}{a}$，　y座標は$y = -2x = -2 \times \left(-\dfrac{2}{a}\right) = \dfrac{4}{a}$

以上から C$\left(-\dfrac{2}{a}, \dfrac{4}{a}\right)$

(3) 直線ABの傾き＝$\dfrac{\dfrac{9}{2} - 2}{\dfrac{3}{2} + 1} = 1$　よって，直線CDは，傾き＝1，点C$\left(-\dfrac{2}{a}, \dfrac{4}{a}\right)$ を通る

直線である。それを$y = x + b$ とおけば，$\dfrac{4}{a} = -\dfrac{2}{a} + b$ より　$b = \dfrac{6}{a}$

よって，点Dのy座標は$\dfrac{6}{a}$ すなわち距離OD＝$-\dfrac{6}{a}$　(a＜0 だから)

また，直線ABとy軸の交点は3

△ABO＝△AEO＋△BEO＝$\dfrac{1}{2} \times 3 \times 1 + \dfrac{1}{2} \times 3 \times \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{9}{4} = \dfrac{15}{4}$

△COD＝$\dfrac{1}{2} \times \left(-\dfrac{6}{a}\right) \times \left(-\dfrac{2}{a}\right) = \dfrac{6}{a^2}$

△ABO:△COD＝2:5　$\dfrac{15}{4}:\dfrac{6}{a^2}$＝2:5　$\dfrac{12}{a^2} = \dfrac{75}{4}$　$75a^2 = 48$　$a^2 = \dfrac{48}{75} = \dfrac{16}{25}$

a＝±$\dfrac{4}{5}$，a＜0 より，$a = -\dfrac{4}{5}$

以上