

2. 関数に強くなろう！

数学に強くなろう(目次)へ

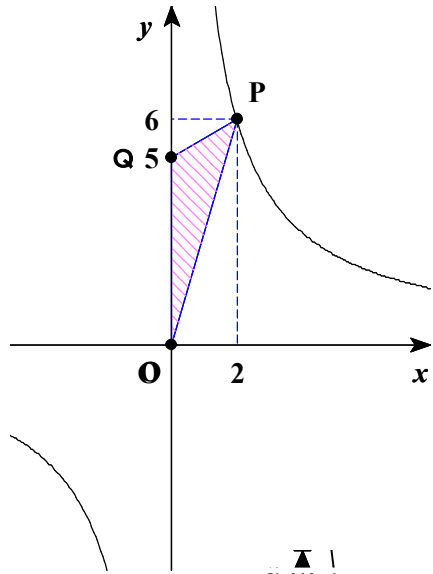
問題10, 11, 12, 13 へ

10.

(1) 点Pのx座標は  $6 = \frac{12}{x}$  より

$$x = \frac{12}{6} = 2$$

$$\text{よって} \triangle OPQ = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$$



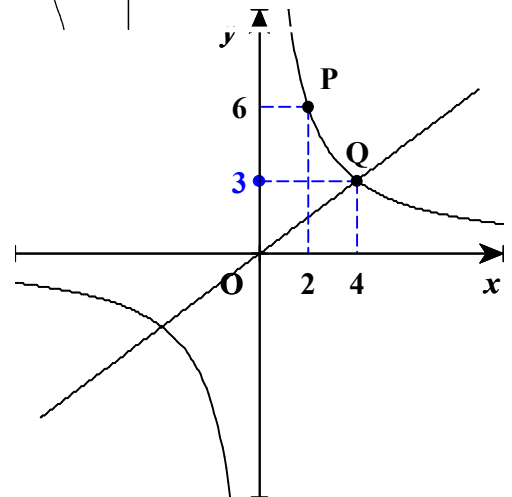
(2) 点Pの座標 (2, 6) から  $6 = \frac{a}{2}$

よって、 $a := 12$

点Qのy座標は  $y := \frac{a}{4} = \frac{12}{4} = 3$

よって、直線OPは傾き  $\frac{3}{4}$  で原点を

通るから  $y = \frac{3}{4}x$



(3) 点Pは直線  $y = 3x$  上の点だから、そのx座標を  $b$  とすると、y座標は  $3b$  となる。また、

長方形OAPBの周長が16であるから、

$$2(OA + OB) = 2(b + 3b) = 2 \times 4b = 8b = 16$$

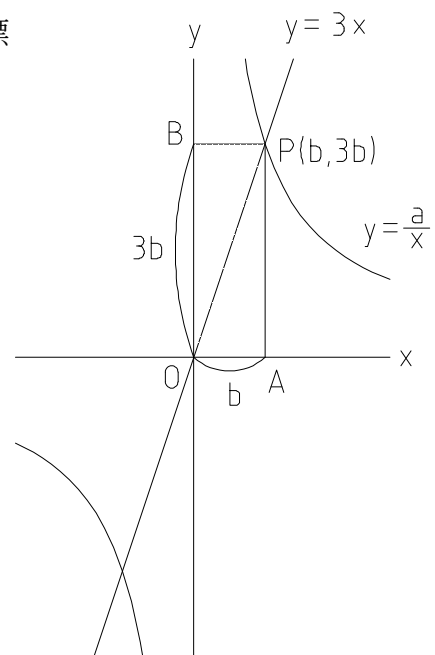
$$b = 2$$

よって、点Pの座標は  $P(b, 3b) = P(2, 6)$

さらに、点Pは  $y = \frac{a}{x}$  上の点であるから

この座標値を  $y = \frac{a}{x}$  に代入して、

$$6 = \frac{a}{2} \quad \text{よって、} a = 6 \times 2 = 12$$



11. (1) 図 I より, 5人で30分間に1500個並べているから, 1人1分間では

$$\frac{1500}{5 \times 30} = 10 \text{ (個)}$$

- (2) 図 I より, グラフは2点  $(30, 1500), (55, 2000)$  を通るから

$$\text{傾き} \frac{2000 - 1500}{55 - 30} = \frac{500}{25} = 20$$

$$\text{求める式は } y = 20x + b$$

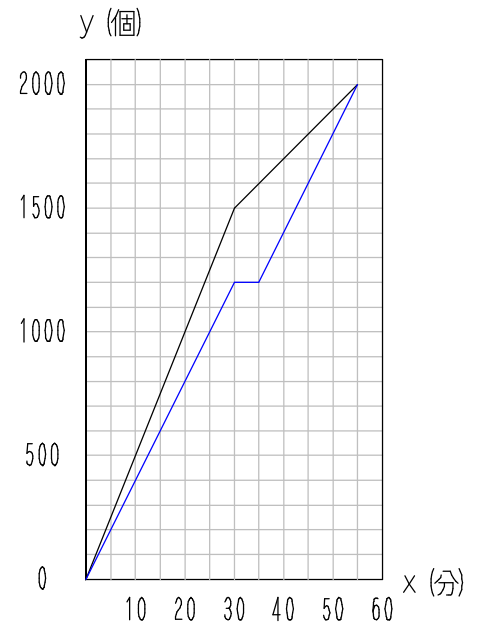
これに座標  $(30, 1500)$  を代入して

$$1500 = 20 \times 30 + b$$

$$b = 900$$

$$y = 20x + 900 \quad (30 \leq x \leq 55)$$

【図 I】



- (3) (ア) 図 II より, ドミノは35分の位置で200個残っているから, ここからスタートして2000個まで(残り1800個)並べればよい。

今回は, 1分間に  $10 \times 12 = 120$  個(5分間に600個)並べる。

以上をグラフに記入すると赤色の線になる。(図中の・は書かなくてよい)

- (イ) 赤色の線の式を求める。

- (ア) より傾き120だから(1分間に120個並べる)

$$y = 120x + b$$

点  $(50, 2000)$  を通るからこの座標を代入して

$$2000 = 120 \times 50 + b \quad b = -4000$$

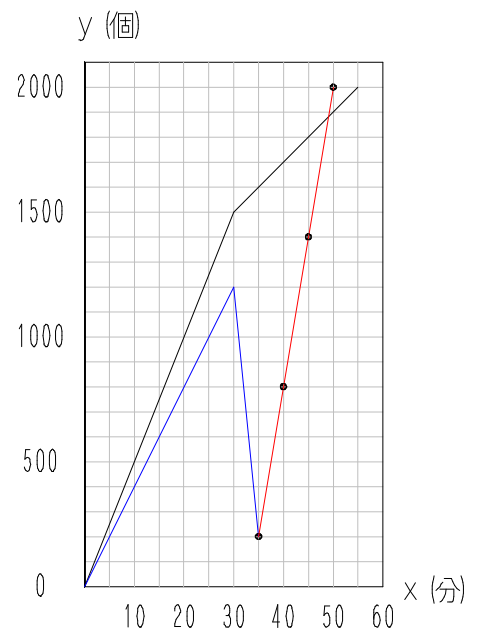
$$y = 120x - 4000$$

この式と, (2) で求めた式を連立方程式で解く。

$$\begin{cases} y = 20x + 900 \\ y = 120x - 4000 \end{cases}$$

これを解いて  $x = 49$       49 (分後)

【図 II】



- 12.(1) [図I]より、Aさんが忘れ物に気づくまで2人はいっしょに歩いているので2人の距離は0。2人の距離が開き始めるのは10分後だから、この時点でAさんは忘れ物に気づいて、家にもどりはじめたことになる。

10分後

- (2) [図II]より、Bさんが速さを遅くしたのは、家を出てから20分後です。(速さが変わると直線の傾きが変わる。)

右図の青色の直線の式を求めればよい。

2点 (20, 1200), (30, 1500) を通るから

$$y = ax + b$$

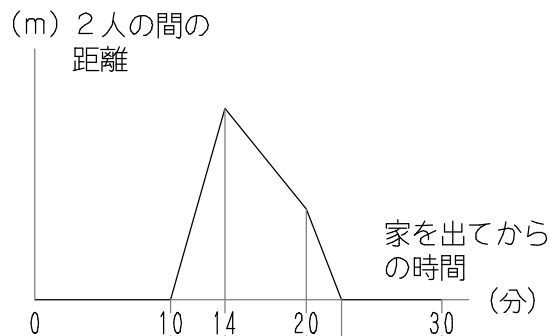
$$\begin{cases} 1200 = 20a + b \\ 1500 = 30a + b \end{cases}$$

これを解いて

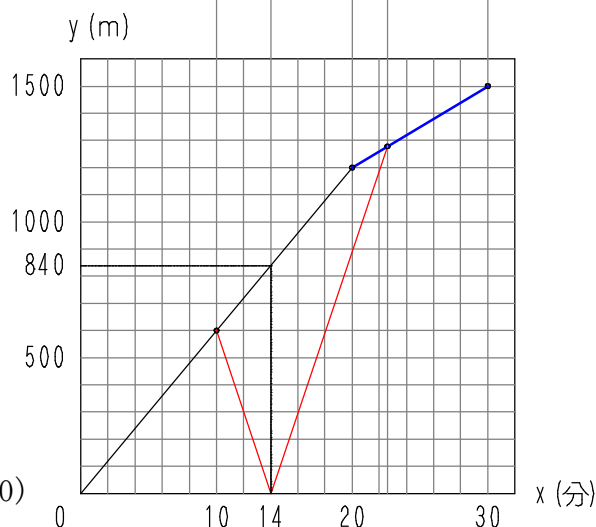
$$a = 30 \quad b = 600$$

よって、 $y = 30x + 600$  ( $20 \leq x \leq 30$ )

[図I]



[図II]



- (3) [図II]の赤色の直線

(Aさんは10分後に家にもどりはじめて、14分後に家に着き、  
また、同じ速さで映画館に向かった。)

- (4) 2人の距離がもっとも離れるのは[図I]より14分後、Aさんは毎分60mの速さで歩いているので、Aさんが歩く直線の式は  $y = 60x$

$$y = 60x$$

に  $x = 14$  を代入して、

$$y = 60 \times 14 = 840 \quad 840 \text{ (m)}$$

- (5) Aさんが家にもどるとき(10~14分)の直線の傾き  $-150$ 、再び映画館へ向かうときの直線の傾きも  $150$  (戻るときも再び映画館へ向かうときも同じ速さだから)。Aさんが再び映画館に戻るとき直線の式を求める。

$$y = 150x + b \quad \text{これが点}(14, 0)\text{を通るから} \quad b = -150 \times 14 = -2100$$

よって、 $y = 150x - 2100$  この式と(2)で求めた式を連立方程式で解く。

$$\begin{cases} y = 30x + 600 \\ y = 150x - 2100 \end{cases} \quad \text{これを解いて} \quad x = \frac{2700}{120} = 22.5 \text{ (分)}$$

$$= 22 \text{ 分 } 30 \text{ 秒}$$

13 (1) 点Pのx座標は

$$x^2 = 16 \quad \text{より} \quad x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

x座標は負であるから  $x = -4$

$\triangle OPR$ と $\triangle OQR$ の面積比  
が4:3 であることから、  
点Qのx座標は、3

点Qのy座標は  $3^2 = 9$

以上より  $P(-4, 16)$ ,  $Q(3, 9)$

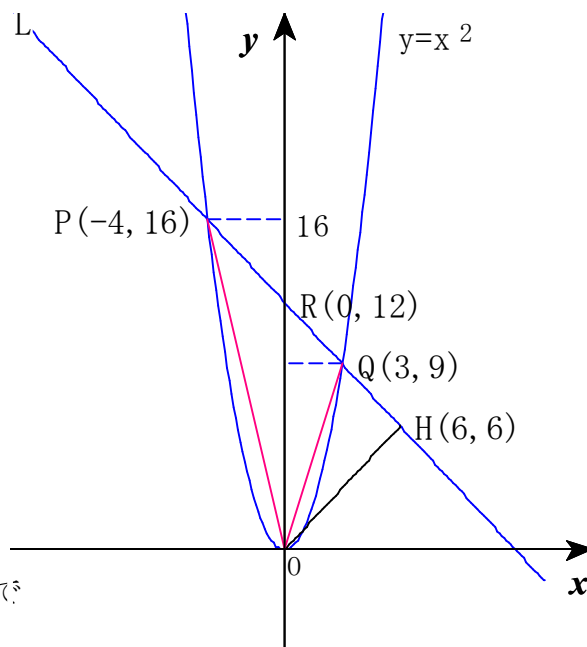
直線Lは傾き  $= \frac{16-9}{-4-3} = \frac{7}{-7} = -1$  で

点Q(3, 9)をとおるから

$$y = ax + b \quad \text{で,} \quad 9 = -3 + b$$

$$b = 12$$

直線Lの式は  $y = -x + 12$



$$(2) \quad PQ = \sqrt{(-4-3)^2 + (16-9)^2}$$

$$= \sqrt{(-7)^2 + 7^2} = 7\sqrt{2}$$

(3) 直線OHの式は  $y = x$

これと直線Lの式 ( $y = -x + 12$ )を連立方程式で解いて、 $x = 6, y = 6$

Hの座標は  $H(6, 6)$

$$OH = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$$

または、 $\triangle OPQ$ の面積からOHの長さを求める。

$$\triangle OPR = \frac{1}{2} \times OR \times 4 = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$$

$$\triangle OQR = \frac{1}{2} \times OR \times 3 = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$$

$$\triangle OPQ = \triangle OPR + \triangle OQR = 24 + 18 = 42$$

$$\triangle OPQ = \frac{1}{2} \times PQ \times OH = \frac{1}{2} \times 7\sqrt{2} \times OH = 42$$

$$OH = \frac{42 \times 2}{7\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

(4) まず, PH, QHの長さを求める。

$$OP^2 = (-4)^2 + 16^2 = 272$$

$$OH^2 = 6^2 + 6^2 = 72$$

$$PH^2 = OP^2 - OH^2 = 272 - 72 = 200$$

$$PH = 10\sqrt{2}$$

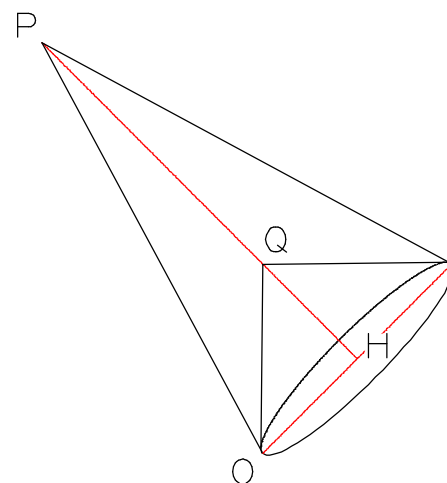
$$QH = PH - PQ = 10\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{体積} = \frac{1}{3} \times \pi \times OH^2 \times (PH - QH)$$

$$= \frac{\pi}{3} \times (6\sqrt{2})^2 \times (10\sqrt{2} - 3\sqrt{2})$$

$$= \frac{\pi}{3} \times 72 \times 7\sqrt{2}$$

$$= 168\sqrt{2}\pi$$



以上