

1. 方程式に強くなろう！

(1) 割合 $a\%$ とは $\frac{a}{100} = 0.01a$ のことである。

$$x \text{人の } a\% \text{ 増しが } y \text{人 を式に表すと、 } y = x + x \times \frac{a}{100} = x \left(1 + \frac{a}{100} \right)$$

(2) 売買に関する事項

- ・ 定価通り売った場合 売価 = 定価 = 原価 × (1 + 利益率)、利益 = 定価 - 原価
- ・ 値引きして売った場合 売価 = 定価 × (1 - 割引率)、利益 = 売価 - 原価

(3) 食塩水等の濃度

- ・ 食塩水の濃度 (%) = $\frac{\text{含まれている食塩の重さ}}{\text{食塩水の重さ}} \times 100$
- ・ 含まれている食塩の重さ = 食塩水の重さ × $\frac{\text{濃度}(\%)}{100}$
- ・ 食塩水等の濃度の問題は、食塩等の重さに注目する事が重要

(4) 距離・速さ・時間に関する事項

・ 距離 = 速さ × 時間 時速 a km で t 時間に走った距離 b $b = a \times t$

・ 速さ = 距離 ÷ 時間 距離 b km を t 時間で走ったときの速さ a $a = \frac{b}{t}$

。時間 = 距離 ÷ 速さ 距離 b km を時速 a km で走ったときの時間 t $t = \frac{b}{a}$



(5) $A = B = C$ の形の連立方程式

$$\begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases} \quad \begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases} \quad \begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases} \quad \text{のどの組合せで解いてもよい。}$$

(6) 比の形で表された連立方程式

$$x : y = a : b \rightarrow bx = ay \text{ の形に変形してから解く。}$$

※ その他、目次 1 の基礎と実力の養成 (1) 方程式の解き方のポイント を参照して下さい。

2. 関数に強くなろう!

1次関数

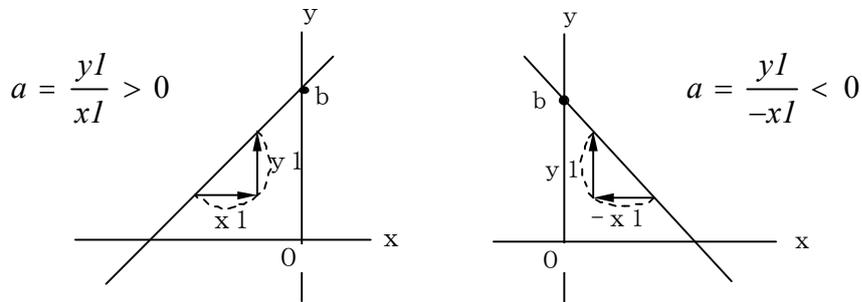
1次関数は $y = ax + b$ の形で表され、 a 、 b は定数で次のものを表す。

a : 傾きを表す。

変化の割合 = $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ を表す。

x が1増加すると y が a 増加することを表す。

b : y 切片を表す。



2次関数

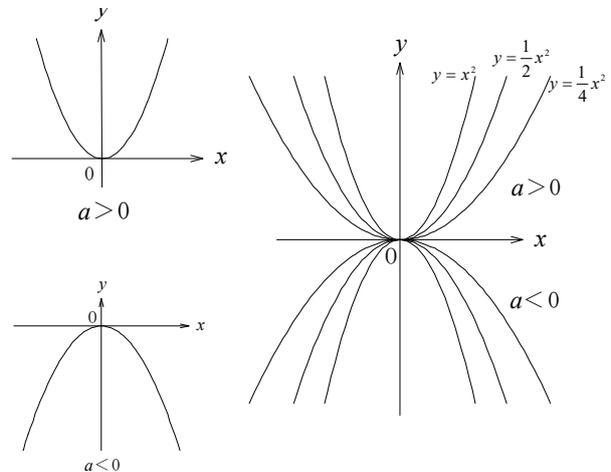
2次関数と比例

(1) 2次関数 y が x の2次関数で表される関数を2次関数という。
式は一般に $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c は定数 $a \neq 0$) となる。

(2) 2次関数 $y = ax^2$ は $y = ax^2 + bx + c$ で、 $b=0, c=0$ の場合である。
 $y = ax^2$ は y は x^2 に比例し 比例定数は a である。

(3) $y = ax^2$ のグラフ

- ① 原点を通り、 y 軸について対称な放物線
- ② $a > 0$ のとき、上に開く。
- ③ $a < 0$ のとき、下に開く。
- ④ a の絶対値が大きいほどグラフの開きはせまくなる。



(4) $y = ax^2$ の変化の割合

変化の割合 = $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

いま、 x の値が b から c まで 増加したとき、

x の増加量は $c - b$

また、 $x=b$ のときの y の値は ab^2 ,

$x=c$ のときの y の値は ac^2

したがって、 y の増加量は $ac^2 - ab^2$

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{ac^2 - ab^2}{c - b} = \frac{a(c - b)(c + b)}{c - b} = a(b + c) \text{ となる。}$$

(例) $y = 2x^2$ で x の値が-1から2まで変化したときの変化の割合 $= 2(-1 + 2) = 2$
 3から5まで変化したときの変化の割合 $= 2(3 + 5) = 16$

(5) 直線と放物線の交点

- ① 直線の式と放物線の式から連立方程式を解いて交点の座標を求める。
- ② 交点の2つの x 座標と放物線の式から直線の式を求める。
- ③ 交点の1つの x 座標と直線の式から放物線の式と他の交点を求める。
- ④ 線分ABと交わる $y = ax^2$ の a の範囲を求める。

これだけは覚えよう。

表紙へ

数学に強くなろう(目次)へ

3. 図形に強くなろう!

空間図形

いろいろな図形・表面積・体積

角柱 (三角柱、四角柱、…) , 円柱

角錐 (三角錐、四角錐、…) , 円錐

底面、側面、頂点

角柱、円柱の高さ

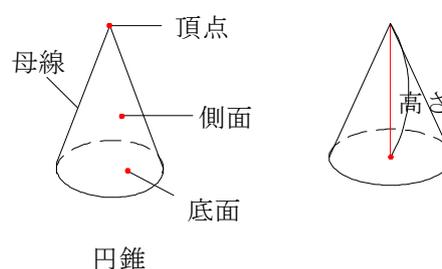
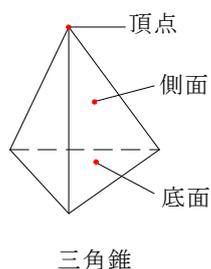
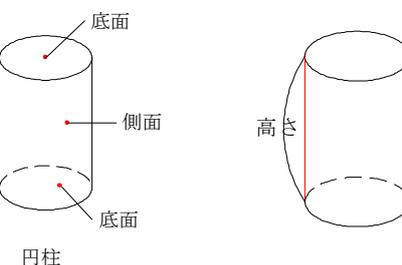
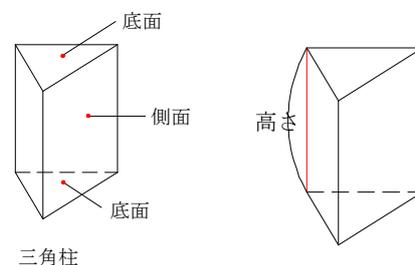
角錐、円錐の高さ

正角柱 底面が正多角形である角柱

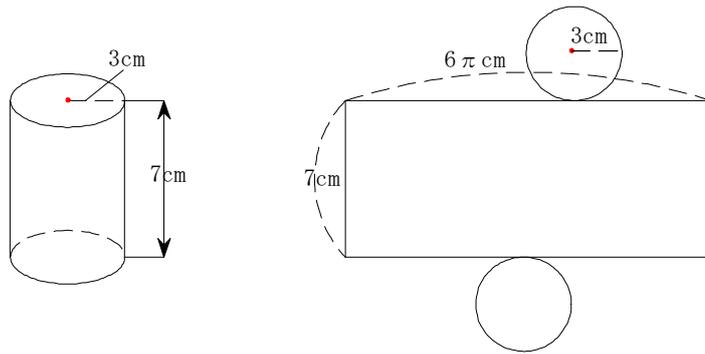
正角錐 底面が正多角形で、側面が
 合同な二等辺三角形である
 角錐

母線

図をみてこれらの用語を
 理解しましょう。



円柱の展開図と側面積・表面積



側面の展開図は長方形で

縦の長さ＝円柱の高さ＝7cm

横の長さ＝底面の円周の長さ

$$= 2\pi r = 2\pi \times 3 = 6\pi \text{ cm}$$

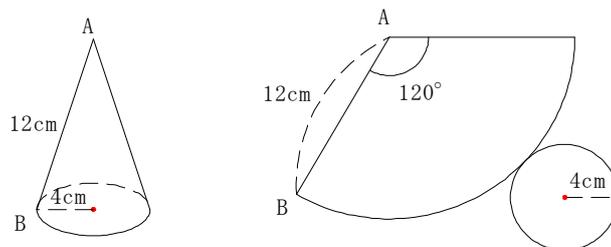
$$\text{側面積} = 7 \times 6\pi = 42\pi \text{ cm}^2$$

表面積＝側面積＋底面積(円が2ヶ)

$$= 42\pi + \pi \times 3^2 \times 2$$

$$= 42\pi + 18\pi = 60\pi \text{ cm}^2$$

円錐の展開図と側面積・表面積



側面の展開図は半径12cm のおうぎ形で

弧の長さ＝底面の円周の長さ

$$= 2\pi r = 2\pi \times 4 = 8\pi \text{ cm}$$

中心角を x° とすると

$$2\pi \times 12 \times \frac{x^\circ}{360^\circ} = 2\pi \times 4 \text{ より}$$

$$x^\circ = \frac{2\pi \times 4}{2\pi \times 12} \times 360^\circ = 120^\circ$$

$$\text{側面積} = \pi \times 12^2 \times \frac{120}{360} = 48\pi \text{ cm}^2$$

表面積＝側面積＋底面積(円1ヶ)

$$= 48\pi + \pi \times 4^2 = 48\pi + 16\pi$$

$$= 64\pi \text{ cm}^2$$

角柱の体積

角柱の底面積をS, 高さをh, 体積をV とすると、 $V = Sh$

角錐の体積

角柱の底面積をS, 高さをh, 体積をV とすると、 $V = \frac{1}{3}Sh$

円柱の体積

円柱の底面の半径を r 、高さを h 、体積を V とすると、 $V = \pi r^2 h$

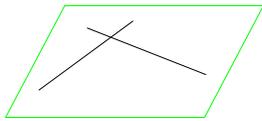
円錐の体積

円錐の底面の半径を r 、高さを h 、体積を V とすると、 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

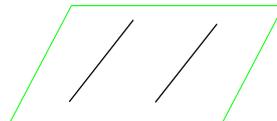
空間における平面と直線

同じ直線上にない3点を通る平面は1つしかない。

交わる2直線をふくむ平面や、平行な2直線をふくむ平面は1つしかない。



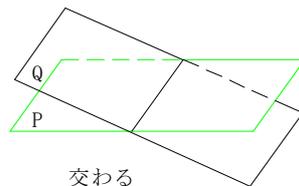
交わる2直線



平行な2直線

2平面の位置関係

交わる
平行である



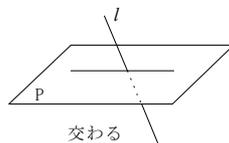
交わる



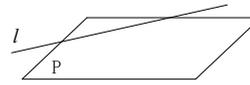
平行である

平面と直線の位置関係

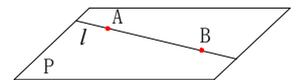
交わる
平行である
直線は平面上にある



交わる



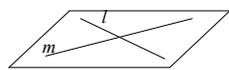
平行である



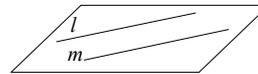
直線は平面上にある

2直線の位置関係

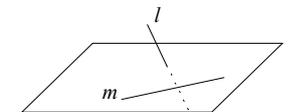
交わる
平行である
ねじれの位置にある



交わる



平行である



ねじれの位置にある

平行線と角

対頂角は等しい。

2つの直線に1つの直線が交わる時、

- ① 2つの直線が平行ならば、**同位角は等しい**。
- ② 同位角が等しいならば、この2つの直線は平行である。

2つの直線に1つの直線が交わる時、

- ① 2つの直線が平行ならば、**錯角は等しい**。
- ② 錯角が等しいならば、この2つの直線は平行である。

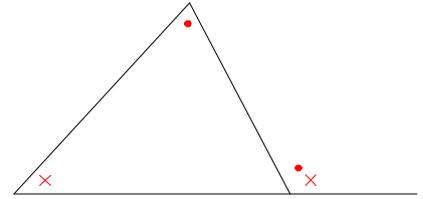
三角形の角

三角形の3つの内角の和は 180° である。

三角形の1つの外角のは、そのとなり
にない2つの内角の和に等しい。

n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n - 2)$ である。

多角形の外角の和は 360° である。



三角形の合同

合同な図形では、対応する線分の長さは等しい。
合同な図形では、対応する角の大きさは等しい。

三角形の合同条件…… 2つの三角形は、次の場合に合同である。

- ① 3辺がそれぞれ等しいとき
- ② 2辺とその間の角が等しいとき
- ③ 1辺とその両端の角が、それぞれひとしいとき

二等辺三角形

二等辺三角形の2つの底角は等しい。

二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。

2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形である。

逆： 2つのことがらの仮定と結論が入れかわっているとき、
一方を他方の逆という。

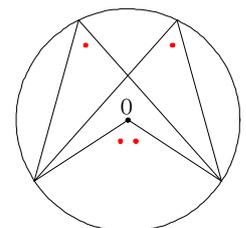
直角三角形の合同

2つの直角三角形は次の場合に合同である。

- ① 斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいとき
- ② 斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいとき

円周角の定理

- ① 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する
中心角の大きさの半分である。
- ② 同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。



平行四辺形

2組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四辺形を平行四辺形という。

平行四辺形の性質

- ① 平行四辺形の向かいあう辺は等しい。
- ② 平行四辺形の向かいあう角は等しい。
- ③ 平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。

平行四辺形になる条件

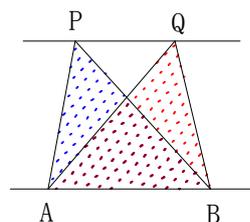
四角形は、次の各場合に平行四辺形である。

- ① 2組の向かいあう辺が、それぞれ平行であるとき（定義）
- ② 2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいとき
- ③ 2組の向かいあう角が、それぞれ等しいとき
- ④ 対角線が、それぞれの中点で交わる時
- ⑤ 1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるとき

平行線と面積

1つの直線上の2点A、Bと、その直線の同じ側にある2点P、Qについて、

- ① $PQ \parallel AB$ ならば、 $\triangle PAB = \triangle QAB$
- ② $\triangle PAB = \triangle QAB$ ならば、 $PQ \parallel AB$



相似な多角形

次の①、②が、ともに成り立つとき、2つの多角形は相似であるという。

- ① 対応する辺の長さの比が、すべて等しい。
- ② 対応する角の大きさが、それぞれ等しい。

比 $a:b$ の a を b でわった値 $\frac{a}{b}$ を、 $a:b$ の比の値という。

$a:b=c:d$ ならば $ad=bc$

相似比：相似な2つの多角形の対応する辺の長さの比

三角形の相似条件

2つの三角形は、次の場合に相似である。

- ① 3組の辺の比が、すべて等しいとき
- ② 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいとき
- ③ 2組の角が、それぞれ等しいとき

これだけは覚えよう。

表紙へ

数学に強くなろう(目次)へ

4. 確率に強くなろう！

確率の求め方

起こる場合が全部で n 通りあり，そのどれが起こることも，同様に確からしいとする。
そのうち，ことがら A の起こる場合が a 通りであるとき，

$$\text{ことがら } A \text{ の起こる確率 } p = \frac{a}{n}$$

これだけは覚えよう。

表紙へ

数学に強くなろう(目次)へ

5. 式の計算に強くなろう！

正の数・負の数

数の大小

正の数・負の数の たし算、ひき算

負の数をたす計算・・・符号を変えた正の数をひく計算
 $9 + (-5) = 9 - 5 = 4$

負の数をひく計算・・・符号を変えた正の数をたす計算
 $9 - (-5) = 9 + 5 = 14$

2数の和

同符号の2数の和・・・2数の絶対値の和に、
2数と同じ符号をつける。

異符号の2数の和・・・2数の絶対値の差に
絶対値の大きい方の符号をつける。

加法と減法の混じった式では、かっこのない式になおし、
正の項の和、負の項の和を、それぞれ求めてから計算する。

$$\begin{aligned} \text{(例)} \quad -14 - (-29) + (-35) + 11 &= -14 + 29 - 35 + 11 \\ &= 29 + 11 - 14 - 35 \\ &= 40 - 49 \\ &= -9 \end{aligned}$$

2数の積・商

同符号の2数の積、商 符 号・・・正
絶対値・・・2数の絶対値の積、商

異符号の2数の積、商 符 号・・・負
絶対値・・・2数の絶対値の積、商

除法を乗法に

正の数、負の数でわるには、その数の逆数をかけてもよい。

$$\text{(例)} \quad \frac{5}{4} \div (-15) = \frac{5}{4} \times \left(-\frac{1}{15}\right) = -\frac{1}{12}$$

同じ数の積

指数(2乗または平方、3乗、4乗・・・)

$$\begin{aligned} \text{(例)} \quad (-2)^4 &= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \\ -2^4 &= -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16 \end{aligned}$$

加減乗除を含む式の計算

加減と乗除が混じっている式は、乗除をさきに計算する。

$$\begin{aligned} \text{(例)} \quad 3 - (-2) \times 5 &= 3 - (-10) = 3 + 10 = 13 \\ (-6) \times 7 + 75 \div (-5^2) &= (-6) \times 7 + 75 \div (-25) = -42 + (-3) = -45 \end{aligned}$$

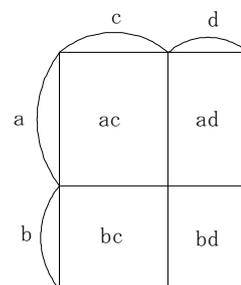
分配法則

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$$

$$\text{多項式の乗法} \quad (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$\text{乗法の公式} \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\text{和と差の積} \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



因数分解

因数：整数がいくつかの整数の積の形で表されるとき、その1つ1つの数を、もとの数の因数という。

素数：その数自身と1のほかには、自然数を因数にもたない数。1は素数に入れない。

素因数：素数である因数

素因数分解：自然数を素数の積として表すこと

因数分解：多項式をいくつかの因数の積の形に表すこと。

共通因数をとり出す

乗法の公式を利用する

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

以上