2020年 県立高校 数学入試問題Ｂ解答

目次２へ　問題Ｂへ

［Ｂ］

1 （１）ア　$3-2\times3^2 = 3-2\times9+3-18 = -15$　　答 -15

イ　$\sqrt{12}-\dfrac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}-\dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}-2\sqrt{3} = 0$　　答 0

ウ　$6ab \div 3a \times 2b = \dfrac{6ab}{3a}\times 2b = 2b\times 2b = 4b^2$　　答 $4b^2$

（２）$(2x+1)(x+2) = 2x+3$

$2x^2+5x+2 = 2x+3$

$2x^2+3x-1 = 0$

$$x = \frac{-3\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$$

$$= \frac{-3\pm\sqrt{9+8}}{4} = \frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$$

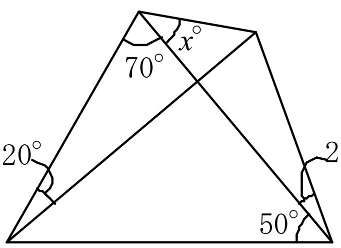
答 $\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

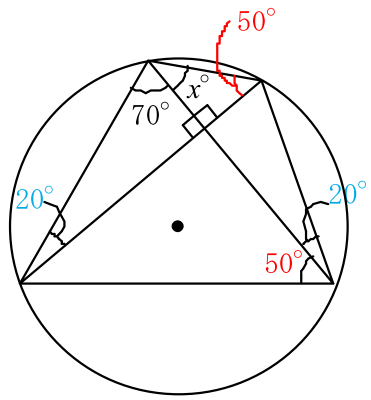
（３）（説明）

３年生だけを抽出しており，３年生と他の学年とで傾向に違いがあった場合に適切な結果が得られないから。

（４）角度20°から

この四角形の４つの頂点は同一円周上の点である。





$x+50 = 90$　　$x = 40$

答 $\angle x=40$（度）

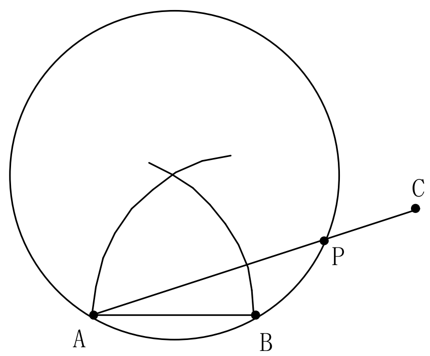
（５）（説明）

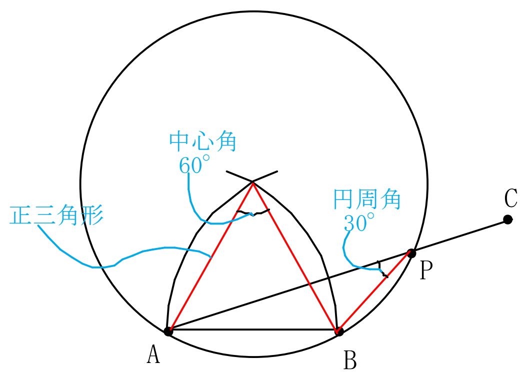
十の位をaとすると，この数は$10a+3$と表される。

これを2乗すると$(10a+3)^2 = 100a^2 + 60a + 9 = 10(10a^2+6)+9$となり，

$10a^2+6$は整数だから，$(10a+3)^2$を10で割ると余りが9となる。

（６）　答　下図　　　　参考図

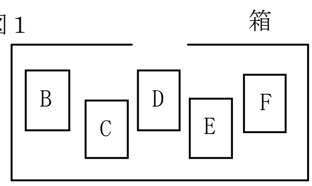




２　（１）　記録した２つの文字の組合せは全部で
$5 \times 5 = 25$ とおり（下記）

このうち、2つの文字が同じなのは
$(B,B),(C,C),(D,D),(E,E),(F,F)$ の5とおり

図１



よって，求める確率は $\dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5}$

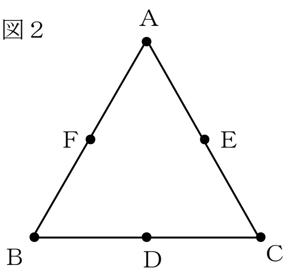
答 $\dfrac{1}{5}$

$(B,B),(B,C),(B,D),(B,E),(B,F)$
$(C,B),(C,C),(C,D),(C,E),(C,F)$
$(D,B),(D,C),(D,D),(D,E),(D,F)$
$(E,B),(E,C),(E,D),(E,E),(E,F)$
$(F,B),(F,C),(F,D),(F,E),(F,F)$

（２）

A
$(B,B),\underline{(B,C)},\underline{(B,D)},\underline{(B,E)},(B,F)$
$\underline{(C,B)},(C,C),\underline{(C,D)},(C,E),\underline{(C,F)}$
$\underline{(D,B)},\underline{(D,C)},(D,D),\underline{(D,E)},\underline{(D,F)}$
$\underline{(E,B)},(E,C),\underline{(E,D)},(E,E),\underline{(E,F)}$
$(F,B),\underline{(F,C)},\underline{(F,D)},\underline{(F,E)},(F,F)$

図２



三角形になるのは，赤下線を引いた16ケ
よって，求める確率は $\dfrac{16}{25}$

答 $\dfrac{16}{25}$

３　　問題を整理すると

	入館料（円/人）	入館者数（人）	入館料（円）
小学生	260	x	$260x$
中・高生	410	$2x$	$410\times 2x$
大人	760	y	$760y$

また，　$y = x + 2x - 100 = 3x - 100$

（１）　総入館者数（人）＝小学生x＋中・高生$2x$＋大人y

$= 3x + y$

答　$3x + y$（人）

（２）　ア　おみやげの売り上げ金額（円）：$550\times(3x+y)\times 0.8$

入館料とおみやげの合計：

$$260x + 410\times 2x + 760y + 550\times(3x+y)\times 0.8 = 150000$$

答　$\begin{cases} y = 3x - 100 \\ 260x + 410\times 2x + 760y + 550\times(3x+y)\times 0.8 = 150000 \end{cases}$

イ　$\begin{cases} y = 3x - 100 \text{-------------------------------①} \\ 260x + 410\times 2x + 760y + 550\times(3x+y)\times 0.8 = 150000 \text{---②} \end{cases}$

②式を整理して

$26x + 82x + 132x + 76y + 44y = 15000$

$240x + 120y = 15000$

①を代入して

$24x + 12(3x - 100) = 1500$

$60x = 2700$

$x = 45$

$y = 3\times 45 - 100 = 35$

答　$\begin{cases} x = 45 \\ y = 35 \end{cases}$

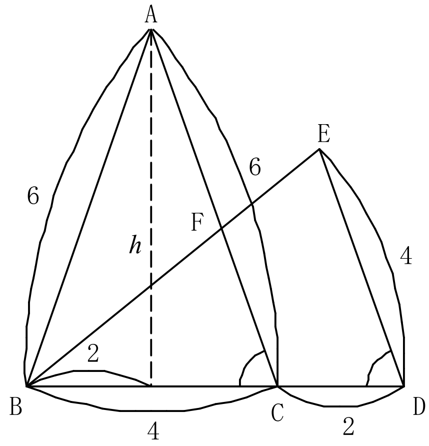
4　（1）　右図参照

$$h = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times h = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$CF = 4 \times \frac{4}{4+2} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

答　$\Delta ABC = 8\sqrt{2}\left(cm^2\right)$　　$CF = \frac{8}{3}(cm)$



（2）

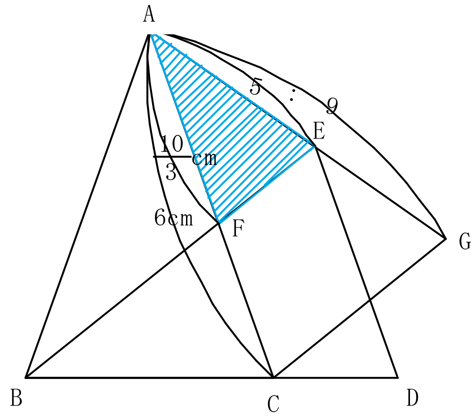
ア　$\triangle AFE \backsim \triangle ACG$　で

$\angle FAE$と$\angle CAG$　は共通だから

$\angle FAE = \angle CAG$ ------------------①

（1）から $CF = \frac{8}{3}$ だから,

$$AF = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$



よって，$AF : AC = \frac{10}{3} : 6 = 5 : 9$ --------②

また，仮定より，$AE : AG = 5 : 9$ -------③

②，③から $AF : AC = AE : AG$ -----------④

①，④から2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AFE \backsim \triangle ACG$

イ　（1）より，$\triangle ABC = 8\sqrt{2}\left(cm^2\right)$，AF：AC＝5:9 だから

$$\triangle ABF = \frac{5}{9} \times \triangle ABC = \frac{5}{9} \times 8\sqrt{2} = \frac{40\sqrt{2}}{9}$$

また，$BF = BC = 4(cm)$,　$FE = CD = 2(cm)$ だから

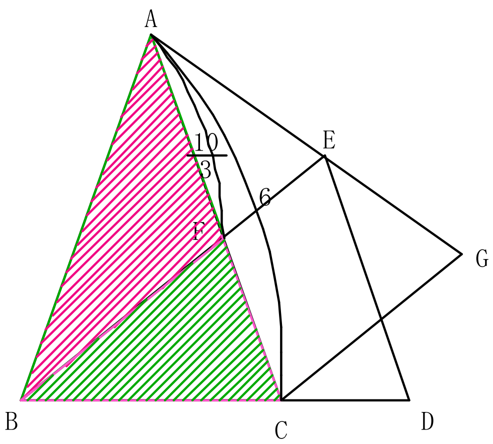
$$\triangle AFE = \frac{1}{2} \times \triangle ABF = \frac{1}{2} \times \frac{40\sqrt{2}}{9} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$$

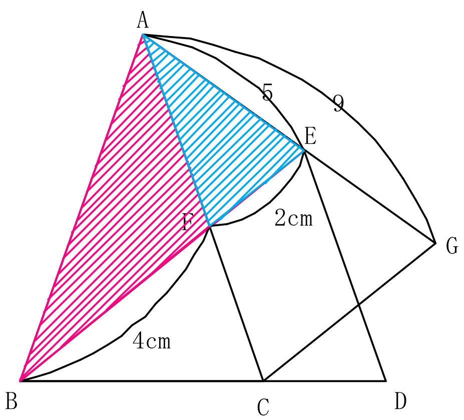
さらに，△AFE∽△ACG で，辺の長さの比が5 : 9 だから，

$$\triangle ACG = \triangle AFE \times \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{20\sqrt{2}}{9} \times \frac{9 \times 9}{25} = \frac{180\sqrt{2}}{25} = \frac{36\sqrt{2}}{5}$$

答　$\frac{36\sqrt{2}}{5}\left(cm^2\right)$

次ページの図をご参照下さい。


A
E
G
F
B
C
D
6
$\frac{10}{3}$

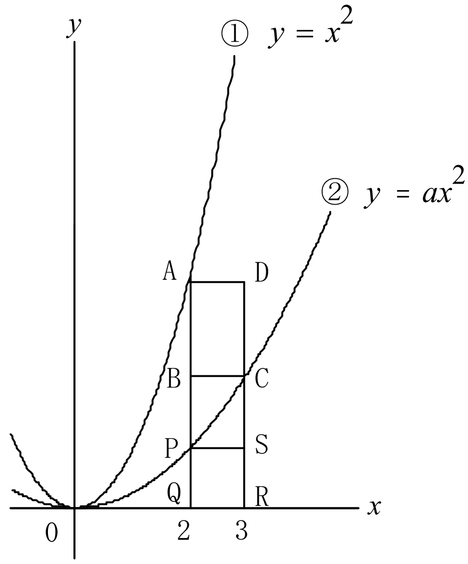

A
5
9
E
F
2cm
G
4cm
B
C
D

5

（1）　$a = \frac{1}{3}$ のとき，点Cのy座標は$y = \frac{1}{3} \times 3^2 = 3$

点Dのy座標は　$y = 2^2 = 4$

よって$CD = 4 - 3 = 1$　　　　　答　1



（2）（説明）

各点の座標は　$B(2,4)$,　$P(2,4a)$,　$Q(2,0)$,　$C(3,9a)$,　$S(3,4a)$,　$R(3,0)$

だから，長方形$BPSC$の面積＝$(9a-4a)(3-2) = 5a$

長方形$PQRS$の面積＝$4a(3-2) = 4a$

$0 < a < 1$ において，2つの長方形の面積比はつねに5:4 だから，

等しくならない。

（3）　点Cのy座標は$a \times 3^2 = 9a$,　点Dのy座標は$2^2 = 4$ だから，

$9a = 4$,　$a = \frac{4}{9}$ のとき，点Cのy座標は$9a = 9 \times \frac{4}{9} = 4$ で

点Dのy座標と等しくなる。また,

$9a < 4$,　$0 < a < \frac{4}{9}$ のとき，点Cのy座標は点Dのy座標4 より小さく，

$9a > 4$,　$\frac{4}{9} < a < 1$ のとき，点Cのy座標は点Dのy座標4 より大きくなる。

以上から

答　ア $\frac{4}{9}$　　イ 小さい　ウ 大きい

（4）　長方形ABCDの面積

$0 < a < \frac{4}{9}$ のとき，$4 - 9a$　　　$\frac{4}{9} < a < 1$ のとき，$9a - 4$

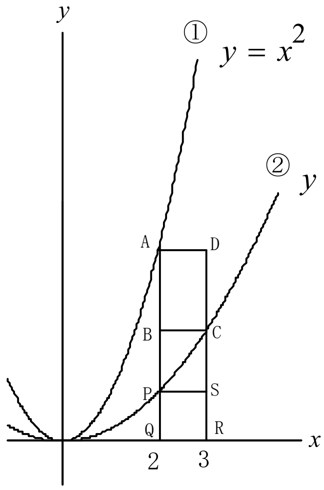
長方形PQRSの面積　$4a$

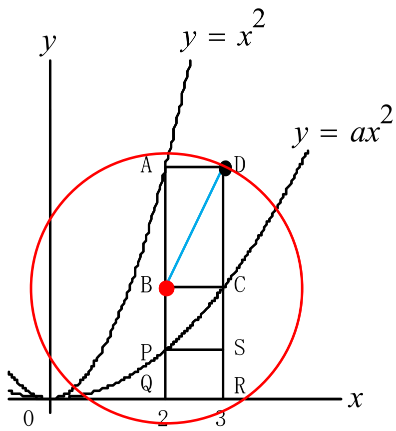
以上より，

$4a = 4 - 9a$　$13a = 4$　$a = \frac{4}{13}$

$9a - 4 = 4a$　$5a = 4$　$a = \frac{4}{5}$　　　　　答　$a = \frac{4}{13}$,　$\frac{4}{5}$

（5）　円の中心Bから見て一番遠い点D, S が円の半径$\sqrt{5}\,cm$ 以内になるようにすればよい。
(線分BD, BS の長さを$\sqrt{5}\,cm$ 以下にする。)





点$D(3, 4)$
点$B(2, 9a)$

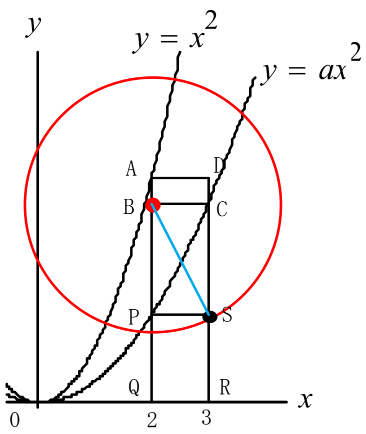
$BD^2 = (4-9a)^2 + (3-2)^2 \leqq \left(\sqrt{5}\right)^2$

$81a^2 - 72a + 16 + 1 \leqq 5$

$81a^2 - 72a + 12 \leqq 0$

$(9a-2)(9a-6) \leqq 0$

$a \geqq \dfrac{2}{9}$　------最も小さな値



点$S(3, 4a)$
点$B(2, 9a)$

$BS^2 = (9a-4a)^2 + (3-2)^2 \leqq \left(\sqrt{5}\right)^2$

$(5a)^2 + 1^2 \leqq 5$

$25a^2 \leqq 4$

$a^2 \leqq \dfrac{4}{25}$

$a \leqq \dfrac{2}{5}$　------最も大きな値

答　最も小さな値 $\dfrac{2}{9}$,　最も大きな値 $\dfrac{2}{5}$

以上