高校入試模擬テスト 解答（2019年 11月 出題）

目次2へ　問題へ

１．（１）（ア）$8-5\times(4-2)=8-5\times2=8-10=-2$　　答 -2

（イ）$20xy^2\div(-5x)\times4y=\dfrac{20xy^2}{-5x}\times4y=-4y^2\times4y=-16y^3$　　答 $-16y^3$

（ウ）$\sqrt{27}+\dfrac{10}{\sqrt{5}}-\sqrt{12}=3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}+2\sqrt{5}$　　答 $\sqrt{3}+2\sqrt{5}$

（２）$(2x+3)(2x-3)=5x-10$

$4x^2-9=5x-10$

$4x^2-5x+1=0$

因数分解して

$(4x-4)\left(x-\dfrac{1}{4}\right)$

$x=1,\dfrac{1}{4}$

または，解の公式を使って

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times4\times1}}{2\times4}=\frac{5\pm\sqrt{9}}{8}$$

$$=\frac{5\pm3}{8}=1,\frac{1}{4}$$

答 $x=1,\ \dfrac{1}{4}$

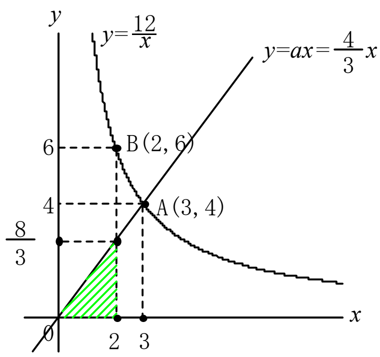
（３）点Aのx座標は，$x=\dfrac{12}{4}=3$

点Bのx座標は，$x=\dfrac{12}{2}=6$

$y=ax=\dfrac{4}{3}x$ と $x=2$ との交点のy座標は

$y=\dfrac{4}{3}\times2=\dfrac{8}{3}$

斜線部分の面積は $2\times\dfrac{8}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{8}{3}$



答 $\dfrac{8}{3}$

（4）　最頻値とは：度数が最大である階級値
求め方
・度数が一番多い階級をみつけて，
・その階級の端と端の数字の平均値を計算すれば，それが最頻値であある。

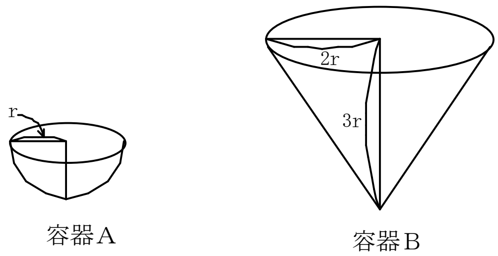
階級（m）		度数（人）
以上	未満	
10　～	15	4
15　～	20	7
20　～	25	6
25　～	30	1
30　～	35	2
計		20

最頻値$=\dfrac{15+20}{2}=17.5$

相対度数$=\dfrac{7}{20}=0.35$

答　最頻値 17.5　相対度数 0.35

（5）



（説明）

容器Aは半径 r の球の半分だから，体積は

$\dfrac{4}{3}\pi r^3\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{3}\pi r^3$ --------------①

容器Bは，底面の半径が$2r$，高さが$3r$ の円すいだから，体積は

$\pi\times(2r)^2\times 3r\times\dfrac{1}{3}=4\pi r^3$ ---------②

①、②より

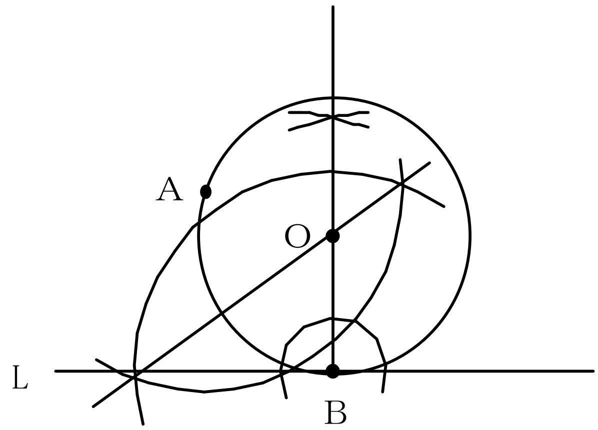
$4\pi r^3\div\dfrac{2}{3}\pi r^3=4\pi r^3\times\dfrac{3}{2\pi r^3}=6$

よって，容器Aの水を $\boxed{6}$ 杯分移しかえると，容器Bがちょうどいっぱいになる。

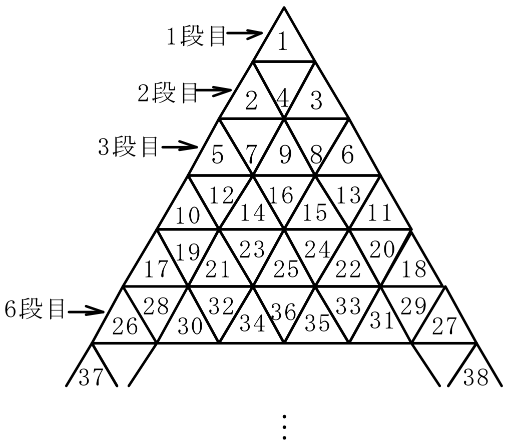
（６）　　　・点Ｂから直線Ｌに垂線を引く

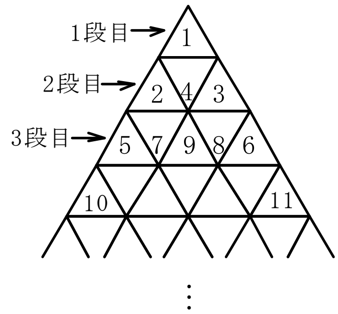
・２点Ａ，Bの垂直２等分線を引き，垂線との交点をＯとする。

・Ｏを中心として，半径ＯＡ（またはＯＢ）の円を描く。



2．（1）　６段目までを実際に描いてみると下図のようになる。





答　（左端の数字）　26
（真ん中の数字）36

（2）　各段の　真ん中の数字（解答例１参照）

１段目　$1 = 1^2$

２段目　$4 = 2^2$

３段目　$9 = 3^2$

$\vdots$

n段目　n^2

答　n^2

左端の数字（解答例２参照）

１段目　$1 = 1^2 - 0$

２段目　$2 = 2^2 - 2 \times 1$

３段目　$5 = 3^2 - 2 \times 2$

４段目　$10 = 4^2 - 2 \times 3$

$\vdots$

n段目　$n^2 - 2(n-1)$

（3）　解答例１

> n段目の左端に書かれている数字をnを用いて表わすと $\boxed{(n-1)^2 + 1}$ になる。
>
> (説明)
>
> n段目の左端に書かれている数字は，その１つ上の段の真ん中の数字に１足したものになる。したがって，n 段目の１つ上の段の真ん中の数字は$(n-1)^2$ だから，n 段目の左端の数字は，その数字に１加えた数字になるので，$(n-1)^2 + 1$ となる。

解答例２

> n段目の左端にに書かれている数字をnを用いて表わすと $\boxed{n^2 - 2(n-1)}$ になる。
>
> (説明)
>
> n段目の真ん中に書かれている数字はn^2 である。n 段目の左端に書かれている数字は，真ん中の数字より１段目は０、２段目は２，３段目は４ …
> 小さくなるなるので，n 段目は，$2(n-1)$ 小さい数字になる。したがって
>
> n 段目の左端の数字は$n^2 - 2(n-1)$ となる。

（4）　n 段目の左端の数字は $(n-1)^2+1$ ，右端の数字は $(n-1)^2+1+1$ だから，その和は，$2(n-1)^2+3$ である。したがって，

$$2(n-1)^2+3=725$$

$$2(n-1)^2=722$$

$$(n-1)^2=361$$

$$n^2-2n-360=0$$

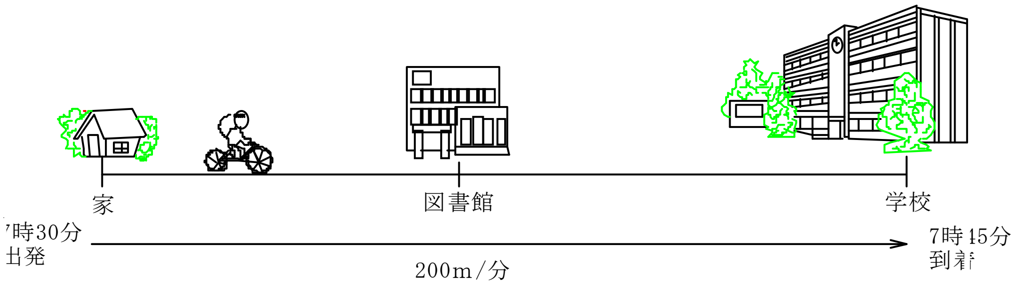
$$(n-20)(n+18)=0$$

$$n=20,-18$$

$n>0$　　だから

$n=20$　　　$n^2=20^2=400$　　　　　　答　400

３．（１）

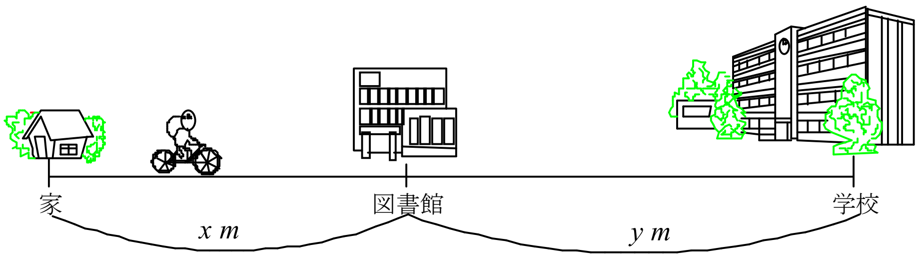


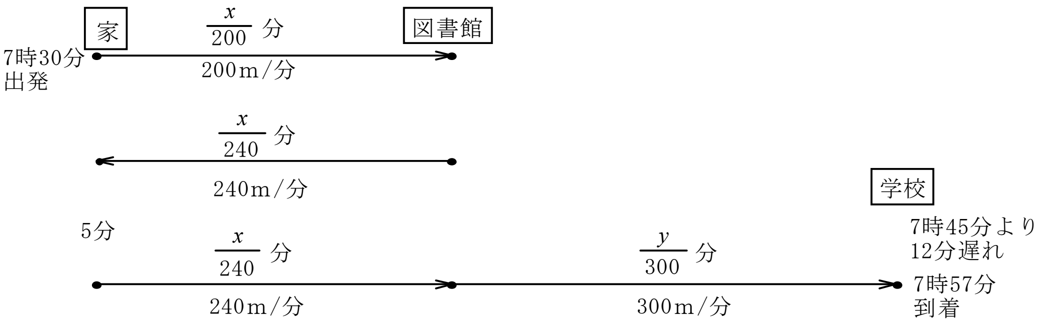
家から学校まで，200m/分の速さで歩いて，15分かかっているから，その距離は

$$200 \times 15 = 3000$$

答　3000m

（２）





上図を参照して

$$\text{答}\quad \begin{cases} x + y = 3000 \\ \dfrac{x}{200} + \dfrac{x}{240} + 5 + \dfrac{x}{240} + \dfrac{y}{300} = 27 \end{cases}$$

（３）　$\begin{cases} x+y=3000 \text{-----------------①} \\ \dfrac{x}{200}+\dfrac{x}{240}+5+\dfrac{x}{240}+\dfrac{y}{300}=27 \text{------②} \end{cases}$

②×1200

$6x+5x+5\times1200+5x+4y=27\times1200$

$16x+4y=22\times1200$

$4x+y=22\times300$

$4x+(3000-x)=6600$

$3x=3600$

$x=1200$

$y=3000-1200=1800$

答 $\begin{cases} \text{ひろみさんの家から図書館までの道のり ----1200}m \\ \text{図書館から学校までの道のり-----------1800}m \end{cases}$

４．　（１）

△ABDと△DGEで
正方形ADEFより　AD＝DE ------------------------------①
∠ADE＝90°　---------------------------②

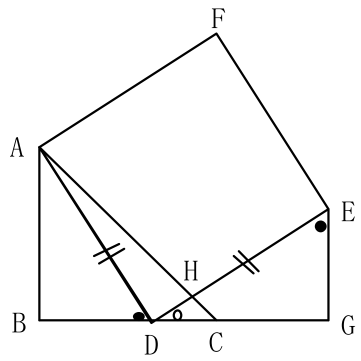
仮定より　∠B＝90°，EG⊥BGなので
∠ABD＝∠DGE＝90°　--------------------③

ここで，3点B，D，G は一直線上にあることと②より
∠BDA＝180°－90°－∠GDE
＝90°－∠GDE ------------------④

また，三角形の内角の和は180°であることと②より
∠GED＝180°－90°－∠GDE
＝90°－∠GDE ------------------⑤

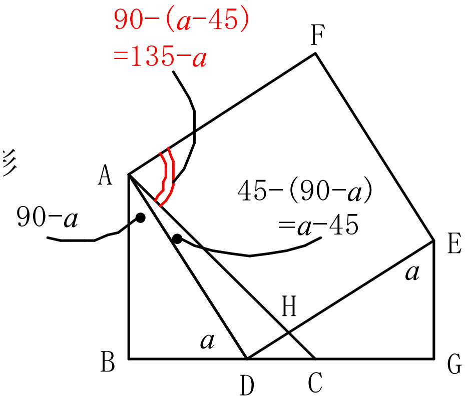
④，⑤より　∠BDA＝∠GED ------------------------⑥

①，③，⑥より，直角三角形の斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しいので
△ABD≡△DGE



（２）　右図を参照して，
∠FAH＝135－a

答　135－a（度）



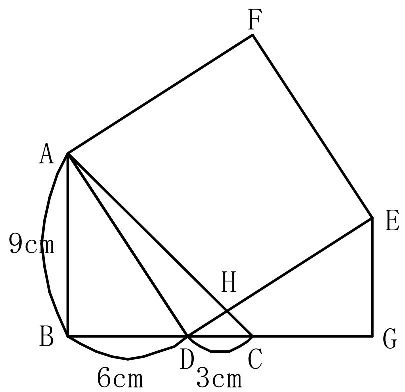
（３）　△ABCは直角二等辺三角形だから，
$AB = BC = 6 + 3 = 9(cm)$

$$AD = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{36 + 81} = \sqrt{117}\ (cm)$$

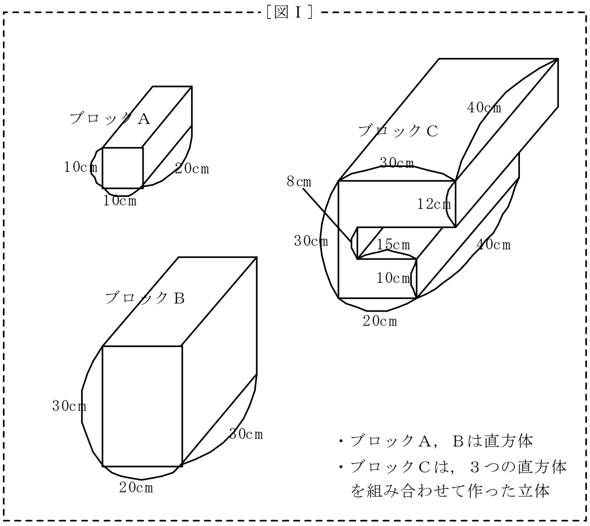
五角形ABGEFの面積
（＝直角三角形２ヶ＋正方形の面積）

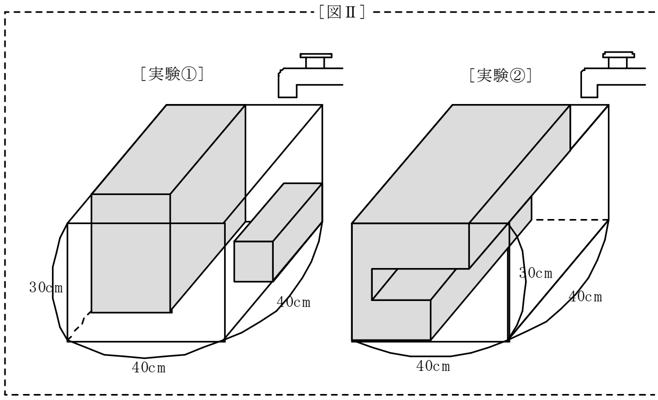
$$6 \times 9 \times \frac{1}{2} \times 2 + \left(\sqrt{117}\right)^2 = 54 + 117 = 171$$

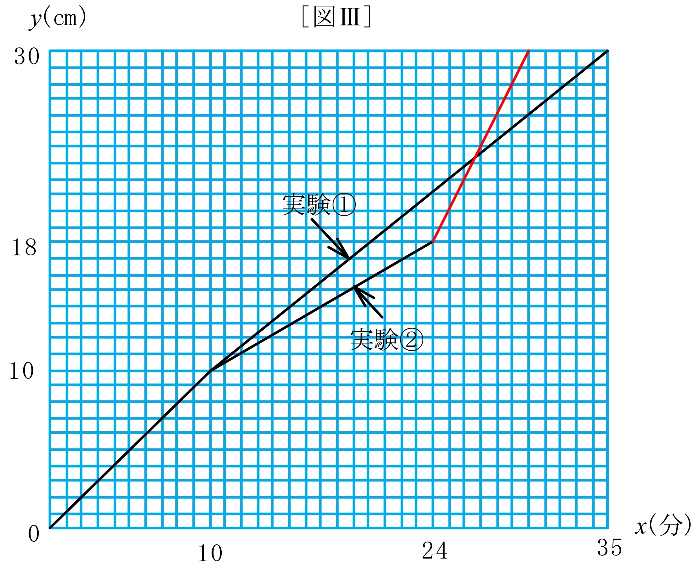
答　$171\left(cm^2\right)$



5．







（１）　10分で10cm上昇しているから，毎分では，1cm /分 上昇

答　毎分 1(cm)

（２）　2点 (10,10)，(35,30) を通る直線だから，傾き $\dfrac{30-10}{35-10}=\dfrac{20}{25}=\dfrac{4}{5}$ である。

この直線を $y=\dfrac{4}{5}x+b$ とおき，この式に点(10,10) を代入して，

$10=\dfrac{4}{5}\times 10+b=8+b$ ， $b=10-8=2$

よって，求める直線の式は，　答　$y=\dfrac{4}{5}x+2$　$(0\leqq x\leqq 35)$

（３）　ブロックＣの一番上の部分の体積　　：$30 \times 40 \times 12 = 14400\left(cm^3\right)$

実験②の上記立方体部分の水槽の容積：$40 \times 40 \times 12 = 19200\left(cm^3\right)$

よって，この部分の水槽内の水量　　：$19200 - 14400 = 4800\left(cm^3\right)$

この水量を入れるのに要する時間　　：$\dfrac{4800}{800} = 6$（分）

以上から，　　　答　[図Ⅲ]の赤色の線

（４）　（３）で[図Ⅲ]に記入した赤色の線の式を求める。

2点 $(24,18)$, $(30,30)$ を通るから，傾き＝$\dfrac{30-18}{30-24} = \dfrac{12}{6} = 2$

$y = 2x + b$　　　$18 = 2 \times 24 + b$　　　$b = -30$

$y = 2x - 30$　この式と（２）で求めた実験①の直線の式を連立方程式で解く。

$$\begin{cases} y = 2x - 30 \text{-------- ①} \\ y = \dfrac{4}{5}x + 2 \text{-------- ②} \end{cases}$$

$\dfrac{4}{5}x + 2 = 2x - 30$　　　$x = \dfrac{160}{6} = \dfrac{80}{3} = 26\dfrac{2}{3}$　＝26(分)40(秒)

$4x + 10 = 10x - 150$

答　26(分)40(秒) 後

$6x = 160$

（５）

$10 \leqq x \leqq 24$ のとき，

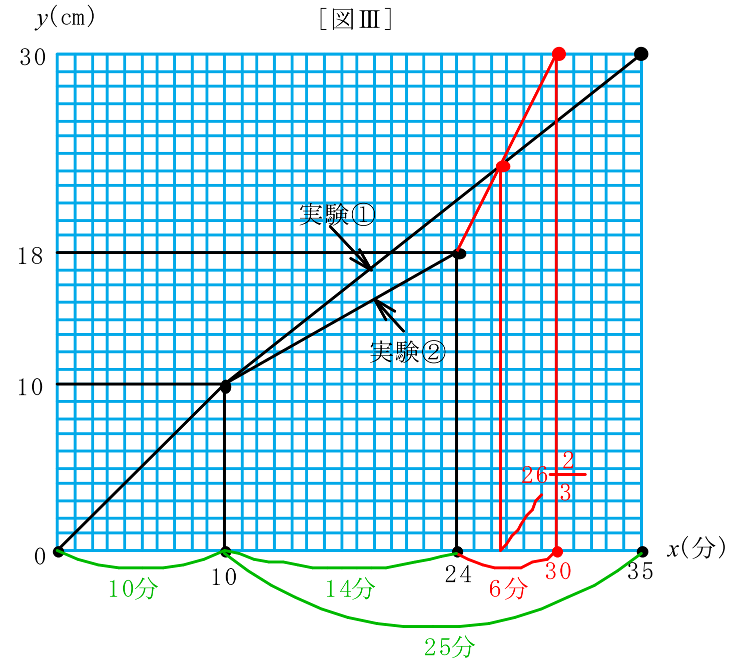
実験①の水面の面積は，水槽の底面の面積からブロックＢの水面部分の面積を引いた面積であるから　$40 \times 40 - 20 \times 30 = 1600 - 600 = 1000\left(cm^2\right)$

実験②の水面の面積は，水槽の底面の面積からブロックＣの中央部分の水面部分の面積を引いた面積であるから　$40 \times 40 - 5 \times 40 = 1600 - 200 = 1400\left(cm^2\right)$

答

[説明]　(例)
$10 \leqq x \leqq 24$ のとき，[実験①]の水面の面積は$1000cm^2$，[実験②]の水面の面積は$1400cm^2$となる。一定の割合で水を入れているので，水面の面積が大きい方が，１分間に上昇する水面の高さは小さくなる。よって，[実験②]のグラフの傾きの方が[実験①]のグラフの傾きよりも小さくなっている。

［以下は参考にしてください。］



実験①のグラフの根拠について，

ブロックAの体積　$10 \times 10 \times 20 = 2000\left(cm^3\right)$

ブロックBの底面から10cmまでの部分の体積　$10 \times 20 \times 30 = 6000\left(cm^3\right)$

ブロックBの底面から10cmより上の部分の体積　$20 \times (30-10) \times 30 = 12000\left(cm^3\right)$

実験①の水槽の底面から

10cmまでの水量：$10 \times 40 \times 40 - (2000 + 6000) = 8000\left(cm^3\right)$

これだけの水を入れるのに要する時間：$\dfrac{8000}{800} = 10$(分)---- 10cm　上昇

10cmより上の部分(20cm)の水量：$20 \times 40 \times 40 - 12000 = 26000\left(cm^3\right)$

これだけの水を入れるのに要する時間：$\dfrac{20000}{800} = 25$(分)---- 20cm　上昇

実験②のグラフの根拠について，

実験②で，ブロックＣの３つの部分の立方体の体積

上部　$12 \times 30 \times 40 = 14400\left(cm^3\right)$

中央部　$5 \times 8 \times 40 = 1600\left(cm^3\right)$

下部　$20 \times 10 \times 40 = 8000\left(cm^3\right)$

ブロックＣの各部位における水槽内の水量と，その水量を入れるのに要する時間

		水量	時間
上部	$12 \times 40 \times 40 = 19200\left(cm^3\right)$,	$19200 - 14400 = 4800\left(cm^3\right)$,	$\dfrac{4800}{800} = 6$(分)
中央部	$8 \times 40 \times 40 = 12800\left(cm^3\right)$,	$12800 - 1600 = 11200\left(cm^3\right)$,	$\dfrac{11200}{800} = 14$(分)
下部	$10 \times 40 \times 40 = 16000\left(cm^3\right)$,	$16000 - 8000 = 8000\left(cm^3\right)$,	$\dfrac{8000}{800} = 10$(分)

以上