2010年 県立高校 数学入試問題 解答

目次2へ　　問題へ

1　（1）　ア　$9 + 15 \div (-3) = 9 + (-5) = 4$　　答　4

イ　$2(5x + 3y) - 7(x - y) = 10x + 6y - 7x + 7y = 3x + 13y$　　答　$3x + 13y$

ウ　$(-2 \times xy)^2 \div \left(-6 \times x^2 \times y\right) = \dfrac{4 \times x^2 \times y^2}{-6x^2y} = -\dfrac{2}{3}y$　　答　$\dfrac{2}{3}y$

エ　$\sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 3\right) - \dfrac{6}{\sqrt{3}} = 3 - 3\sqrt{3} - \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 3 - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3 - 5\sqrt{3}$

答　$3 - 5\sqrt{3}$

（2）　$x(x - 3) = -5x + 3$

$x^2 - 3x + 5x - 3 = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x - 1)(x + 3) = 0$

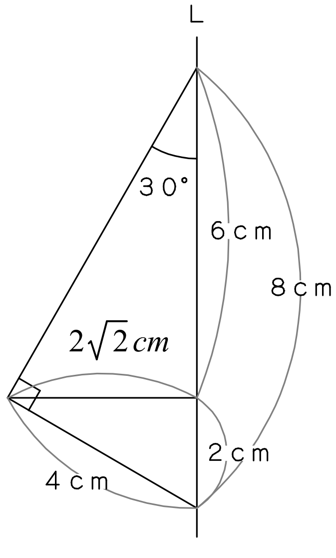
$x = 1, -3$　　答　$x = 1, -3$

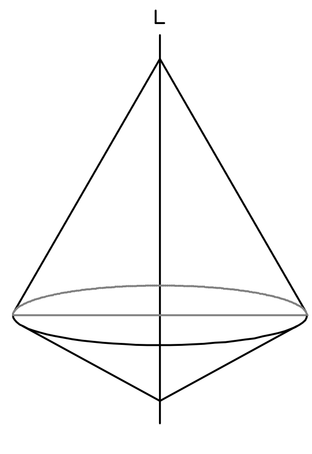
（3）$\sqrt{45(n + 1)} = \sqrt{3^2 \times 5(n + 1)}$

$5(n + 1) = 5^2$　すなわち、　$n + 1 = 5$　であればよいから、　$n = 4$

答　$n = 4$

（4）





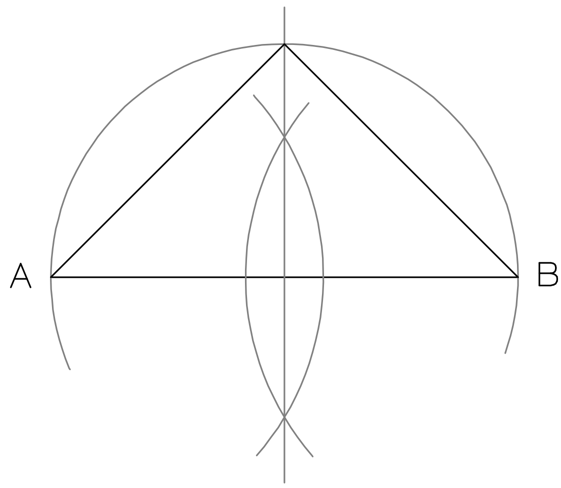
回転体

体積$= \dfrac{1}{3}\pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 \times 6 + \dfrac{1}{3}\pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 \times 2$

$= \dfrac{1}{3}\pi \times 12 \times 6 + \dfrac{1}{3}\pi \times 12 \times 2$

$= 24\pi + 8\pi = 32\pi$　　答　$32\pi\left(cm^3\right)$

（５）　直線ABの垂直２等分線とABを直径とする円弧との交点を求め、求めた交点と点A、点Bを結ぶ。



２　（１）　６本のうち、あたりが４本はいっているくじから１本ひくとき、それがあたる確率は

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$　　答 $\frac{2}{3}$

（２）　あたりを①, ②, ③, ④　はずれを⑤, ⑥ とすると、

２本ともあたるのは右の６通り　(①, ②) , (①, ③) , (①, ④) , (②, ③)
(②, ④) , (③, ④)

あたりとはずれが１本ずつは右の８通り　(①, ⑤) , (①, ⑥) , (②, ⑤) , (②, ⑥)
(③, ⑤) , (③, ⑥) , (④, ⑤) , (④, ⑥)

２本ともはずれは右の１通り　(⑤, ⑥)

以上から、くじのひき方は全部で $6 + 8 + 1 = 15$ 通りで、

そのうち２本ともあたりであるのは6 通り。

したがって、求める確率は $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$　　答 $\frac{2}{5}$

３　（１）　Ｐチームが５回勝って、３回引き分け、２回負けた場合、
Ｑチームは２回勝って、３回引き分け、５回負けるから

Ｐチームは $5\times3+3\times1=18$ ポイント

Ｑチームは $2\times3+3\times1=9$ ポイント

答 $\begin{cases}\text{Pチーム}\ 18(\text{ポイント})\\ Q\text{チーム}\ \ 9(\text{ポイント})\end{cases}$

（２）　ア　Ｐチームが試合に勝った回数をx回、引き分けた回数をy回とすると、
Ｑチームが試合に勝った回数は$10-x-y$回、引き分けた回数y回、
負けた回数x回　であるから、

Ｐチームのポイントから $3x+y=11$

Ｑチームのポイントから $3(10-x-y)+y=17$

よって、　答 $\begin{cases}3x+y=11\\3(10-x-y)+y=17\end{cases}$

イ　$\begin{cases}3x+y=11 \text{------------①}\\3(10-x-y)+y=17 \text{------②}\end{cases}$

②より $-3x-2y=-13$ ------②´

①＋②´　$-y=-2$　　$y=2$

これを①に代入して、$3x+2=11$　　$x=3$　　答 $\begin{cases}x=3(\text{回})\\y=2(\text{回})\end{cases}$

（３）　Ｐチームのポイントの合計が１５になるのは下記の３通り。

勝ち	引き分け	負け	ポイント
５回	０回	５回	$5\times3=15$
４回	３回	３回	$4\times3+3\times1=15$
３回	６回	１回	$3\times3+6\times1=15$

このとき、上記の各場合に対応するＱチームのポイントはそれぞれ、

勝ち	引き分け	負け	ポイント
５回	０回	５回	$5\times3=15$
３回	３回	４回	$3\times3+3\times1=12$
１回	６回	３回	$1\times3+6\times1=9$

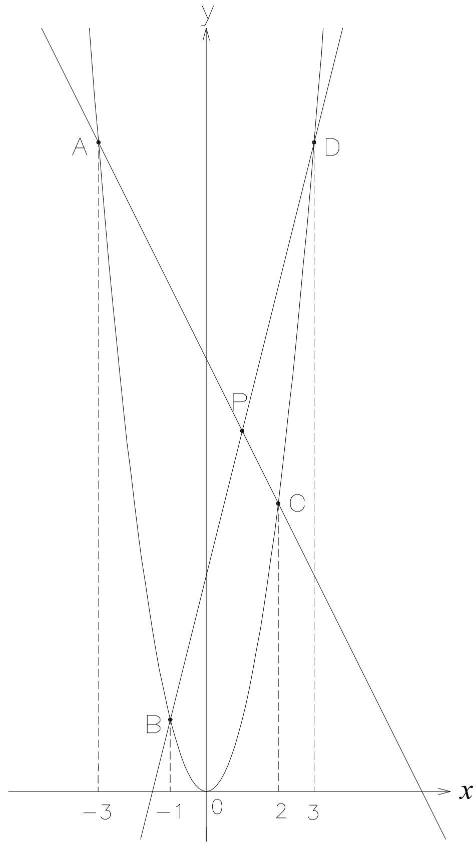
であるから、

答　９，１２，１５（ポイント）

4　（１）　点Ｂのy座標：$a\times(-1)^2 = a$

点Ｄのy座標：$a\times(3)^2 = 9a$

答 $\begin{cases}\text{点Ｂの } y \text{座標} & a \\ \text{点Ｄの } y \text{座標} & 9a\end{cases}$



（２）　直線ＢＤの傾きが４だから、

$\dfrac{9a-a}{3-(-1)} = 4$　　$\dfrac{8a}{4} = 4$　　$a = 2$

答 $a = 2$

（３）　点Ａの座標：$(-3, 9a)$ → $(-3, 18)$

点Ｃの座標：$(2, 4a)$ → $(2, 8)$

直線ＡＣの式を$y = ax + b$ とすると、

$$\begin{cases}-3a+b=18 \\ 2a+b=8\end{cases}$$

これを解いて $a = -2,\ b = 12$

よって、直線ＡＣの式は

$y = -2x + 12$　　　答 $y = -2x + 12$

（４）　まず、直線ＢＤの式を求める。

直線ＢＤは傾きが４で、点$B(-1, a)$ →$B(-1, 2)$を通るから、その式を

$y = 4x + b$　とすると、

$2 = 4\times(-1) + b$　　$b = 6$

直線ＢＤの式は $y = 4x + 6$

直線ＡＣと直線ＢＤの交点Ｐの座標は，連立方程式

$\begin{cases}y=-2x+12 \\ y=4x+6\end{cases}$　を解いて $x = 1, y = 10$

よって求める座標は，$P(1, 10)$　　　答 $P(1, 10)$

（５）　まず、２点$B(-1,2),C(2,8)$ を通る直線の式を求める。

その式を$y = ax + b$とすると、

$$\begin{cases} -a+b=2 \\ 2a+b=8 \end{cases}$$

これを解いて$a = 2, b = 4$

よって、２点Ｂ、Ｃを通る直線Ｌの式は　$y = 2x + 4$

次に点Ｐを通り直線Ｌに垂直な直線の式を求める。

求める直線の傾きをaと

すると、$2a = -1$　より　$a = -\frac{1}{2}$

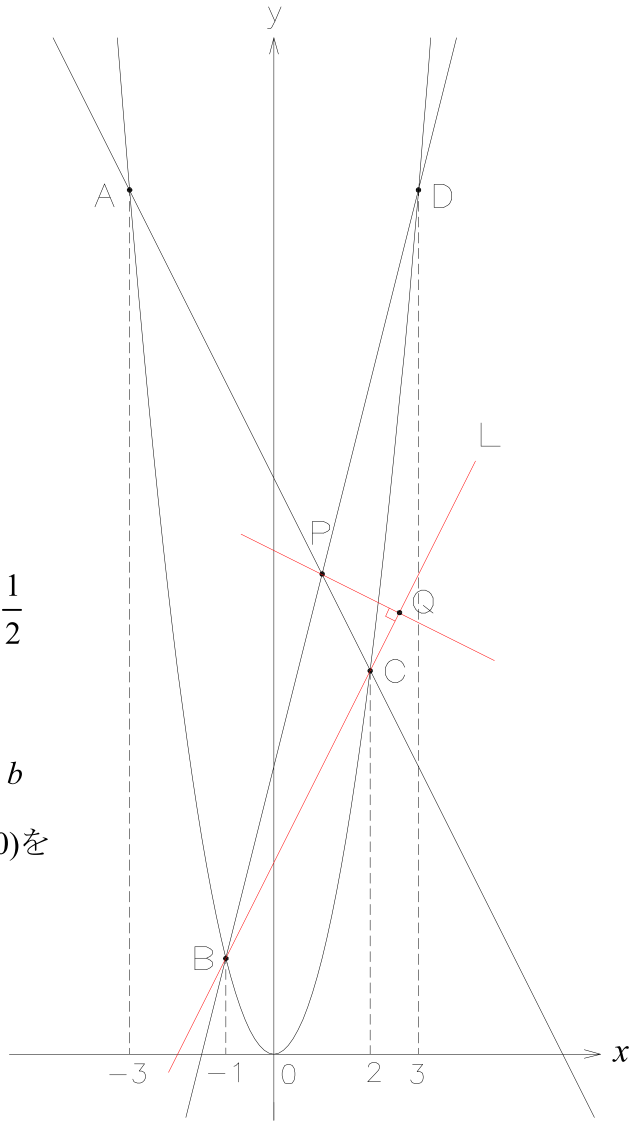
（下記の参考を参照）

よって直線の式を　$y = -\frac{1}{2}x + b$

とすると、これが、点$P(1,10)$を通るから

$10 = -\frac{1}{2} \times 1 + b \qquad b = \frac{21}{2}$

よって、$y = -\frac{1}{2}x + \frac{21}{2}$



次に、直線Ｌと点Ｐを通り直線Ｌに垂直な直線の交点Ｑの座標を求める。

$$\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{21}{2} \end{cases}$$

これを解いて、$x = \frac{13}{5}, y = \frac{46}{5}$　よって　$Q\left(\frac{13}{5},\frac{46}{5}\right)$

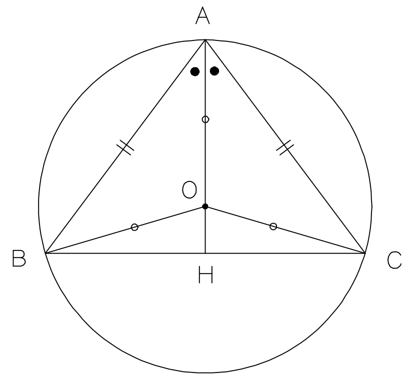
２点$P(1,10), Q\left(\frac{13}{5},\frac{46}{5}\right)$ 間の距離が求める距離であるから、

$$距離= \sqrt{\left(\frac{13}{5}-1\right)^2+\left(\frac{46}{5}-10\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2+\left(\frac{-4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{80}{25}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

答　$\frac{4\sqrt{5}}{5}(cm)$

（参考）２つの直線　$y = a1x + b1$　と　$y = a2x + b2$　が直交する（直角に交わる）ための条件は、$a1a2 = -1$

5　（1）　証明



△ＯＡＢと△ＯＡＣで

仮定から　　　　　ＡＢ＝ＡＣ・・・①
円Ｏの半径だから　ＯＢ＝ＯＣ・・・②
共通な辺だから　　ＯＡ＝ＯＡ・・・③

①，②，③から、３辺がそれぞれ等しいので、

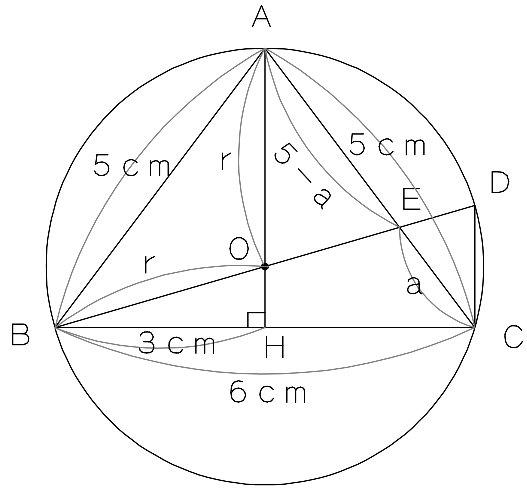
△ＯＡＢ≡△ＯＡＣ

よって、∠ＯＡＢ＝∠ＯＡＣ

二等辺三角形ＡＢＣの頂角の二等分線は、底辺を垂直に２等分するので、

ＡＨ⊥ＢＣ

（2）　ア　直角三角形ＡＢＨで、



$$AH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

$$AH = \sqrt{16} = 4cm$$

円Ｏの半径ＯＡ＝ＯＢ＝r
とすると、

$$OH = AH - OA = 4 - r$$

直角三角形ＯＢＨで、

$$OB^2 = OH^2 + BH^2$$

$$r^2 = (4-r)^2 + 3^2$$

$r^2 = 16 - 8r + r^2 + 9$　　$8r = 25$　　r＝半径＝$\frac{25}{8}$　　　答　$\frac{25}{8}(cm)$

イ　$OH = 4 - r = 4 - \frac{25}{8} = \frac{7}{8}$

$$CD = 2OH = 2 \times \frac{7}{8} = \frac{7}{4}$$

△ＡＯＥ∽△ＣＤＥだから

ＡＯ：ＣＤ＝ＡＥ：ＣＥ

$$\frac{25}{8} : \frac{7}{4} = 5 - a : a$$

$\frac{25}{8}a = \frac{7}{4}(5-a)$　　$\frac{25}{8}a + \frac{7}{4}a = \frac{35}{4}$　　$\frac{39}{8}a = \frac{35}{4}$

$$a = \frac{35}{4} \times \frac{8}{39} = \frac{70}{39}$$

三角形ＡＢＣの面積は

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12\left(cm^2\right)$$

$$\Delta BCE = \Delta ABC \times \frac{a}{5} = 12 \times \frac{\frac{70}{39}}{5} = 12 \times \frac{70}{39} \times \frac{1}{5} = \frac{56}{13}$$

答　$\frac{56}{13}\left(cm^2\right)$

以上