

目次 2へ 問題へ

- 1 (1) ア $-2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$ 答 2
 イ $ab^3 \times (-a) \div b^2 = \frac{ab^3 \times (-a)}{b^2} = -a^2b$ 答 $-a^2b$
 ウ $\sqrt{8} + \frac{8}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} + \frac{8\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ 答 $6\sqrt{2}$

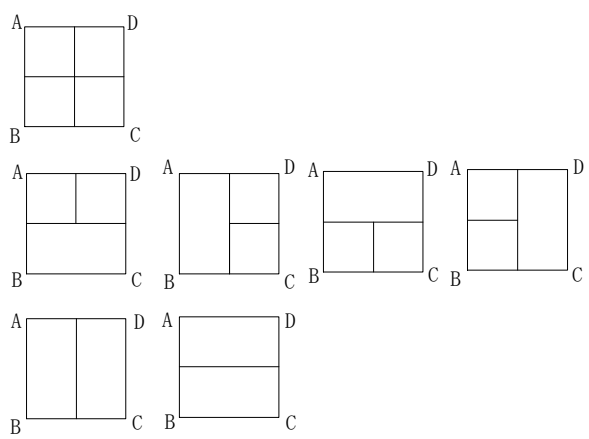
(2) $x - 1 > 3(x + 5)$
 $x - 1 > 3x + 15$ $x < \frac{16}{-2}$
 $x - 3x > 15 + 1$ $x < -8$
 $-2x > 16$ 答 $x < -8$

(3) $(x + 2)(x + 3) = 2x^2$
 $x^2 + 5x + 6 = 2x^2$ $(x + 1)(x - 6) = 0$
 $x^2 - 5x - 6 = 0$ $x = -1, 6$ 答 $x = -1, 6$

(4) 8と12の最小公倍数から求める。
 $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$ より、8と12の最小公倍数は $2^3 \times 3 = 24$
 24の倍数の中で100にもっとも近い数は96
 または、
 8で割り切れる自然数=8の倍数: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104
 12で割り切れる自然数=12の倍数: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108
 したがって、8でも12でも割り切れる自然数は: 24, 48, 72, 96, 120 ... で、
 このなかで、100にもっとも近い数は96

答 96

(5) 右図の7通り

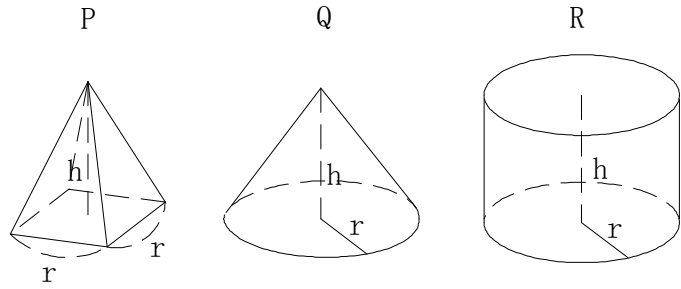


答 7通り

2 (1) 答 Q

理由

PとQの体積はどちらも、
 $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$
 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times h$ で
 表される。



したがって、底面積の大きいほうが体積が大きい。

Pの底面積 $r^2 < Q$ の底面積 πr^2 であるから、体積はQの方が大きい。

(2) Qの体積 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times h = \frac{100\pi}{3} \times h$

Rの体積 $= \pi \times 10^2 \times h = 100\pi \times h$

半径10cmの球の体積 $= \frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000\pi}{3}$

Qの体積 + Rの体積 = 半径10cmの球の体積 より

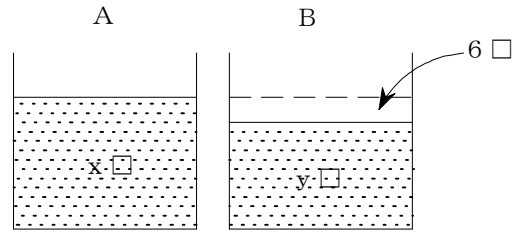
$$\frac{100\pi}{3} \times h + 100\pi \times h = \frac{4000\pi}{3}$$

$$\left(\frac{100\pi}{3} + 100\pi \right) h = \frac{4000\pi}{3}$$

$$\frac{400\pi}{3} \times h = \frac{4000\pi}{3} \quad h = 10$$

答 10 cm

- 3 (1) 新しく加えた60□の水のうち、
 Aには取り出した水の量 $\frac{1}{2}x$ を加え、
 残りの $60 - \frac{1}{2}x$ をBに加えればよ
 いから、



答 Aに加えた水の量 $\frac{1}{2}x$ (□)
 Bに加えた水の量 $60 - \frac{1}{2}x$ (□)

- (2) まず、 $y = x - 6$

次にBの水そうについて、最初 $\frac{4}{5}y$ を取り出したから残っているのは $\frac{1}{5}y$
 そこへ Aから取り出した水 $\frac{1}{2}x$ の半分、すなわち $\frac{1}{4}x$ を入れ、次いで
 新たに $60 - \frac{1}{2}x$ の水を加えたら、最初のAの水の量と同じになったこと
 から、 $\frac{1}{5}y + \frac{1}{4}x + 60 - \frac{1}{2}x = x$

答 $y = x - 6$
 $\frac{1}{5}y + \frac{1}{4}x + 60 - \frac{1}{2}x = x$

$$y = x - 6 \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{5}y + \frac{1}{4}x + 60 - \frac{1}{2}x = x \quad \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

①を②に代入すると

$$\frac{1}{5}(x - 6) + \frac{1}{4}x + 60 - \frac{1}{2}x = x$$

両辺に20をかけて

$$4(x - 6) + 5x + 1200 - 10x = 20x$$

$$4x - 24 + 5x + 1200 - 10x = 20x$$

$$-21x = -1176$$

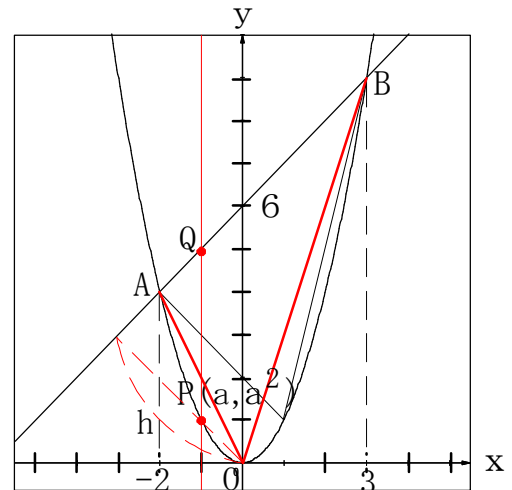
$$x = \frac{-1176}{-21} = 56 \quad y = x - 6 = 56 - 6 = 50$$

答 最初のAの水の量 56 (□)
 最初のBの水の量 50 (□)

4 (1)

2点A, Bは $y = x^2$ 上の点であることから、
 点Aの座標 $x = -2$ のとき $y = (-2)^2 = 4$
 点Bの座標 $x = 3$ のとき $y = 3^2 = 9$

答 Aの座標 (-2, 4) Bの座標 (3, 9)



$$(2) AB = \sqrt{[3 - (-2)]^2 + (9 - 4)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

答 $5\sqrt{2}$

(3) 点Pは $y = x^2$ 上の点であるから

点Pの座標は $x = -1$ のとき、 $y = (-1)^2 = 1$ よって、 $P(-1, 1)$

点Qは直線ABと直線 $x = -1$ との交点である。

直線ABは2点 $(-2, 4)$, $(3, 9)$ を通る直線だから、その式は
 $y = x + 6$

したがって、

$x = -1$ と $y = x + 6$ を解いて、 $y = 5$ よって、 $Q(-1, 5)$

$$PQ = 5 - 1 = 4$$

答 4

(4) $S = \triangle PAB = \text{台形} ABDC - \text{台形} APQC - \text{台形} BPQD$

$$= \frac{(4 + 9) \times 5}{2} - \frac{(a^2 + 4)(a + 2)}{2} - \frac{(a^2 + 9)(3 - a)}{2}$$

$$= \frac{65}{2} - \frac{a^3 + 2a^2 + 8}{2} - \frac{-a^3 + 3a^2 - 9a + 27}{2}$$

$$= \frac{5}{2}(-a^2 + a + 6)$$

答 $\frac{5}{2}(-a^2 + a + 6)$

(5) $\triangle OAB$ の面積は、(4) で $a = 0$ のときの値であるから $\frac{5}{2} \times 6 = 15$

また、(2) より線分ABの長さ $= 5\sqrt{2}$

原点Oと直線ABの距離を h とすると $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times AB \times h$ であるから

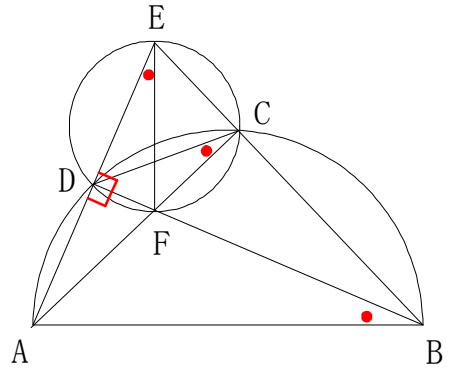
$$15 = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times h$$

$$h = \frac{15 \times 2}{5\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

答 $3\sqrt{2}$

5 (1) $\triangle ABD$ と $\triangle FED$ において

- ABは直径であるから
 $\angle ADB = 90^\circ$ ①
 $\angle FDE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. . . ②
 ①②より
 $\angle ADB = \angle FDE$ ③
 点CとDを結ぶ
 弧ADに対する円周角は等しいから
 $\angle ABD = \angle ACD$ ④
 弧FDに対する円周角は等しいから
 $\angle FCD = \angle FED$ ⑤
 $\angle ACD = \angle FCD$ と④⑤より
 $\angle ABD = \angle FED$ ⑥
 ③⑥より2組の角がそれぞれ等しい
 ことがいえたので
 $\triangle ABD \sim \triangle FED$



(2) $AB=BE=5\text{cm}$, $AE=4\text{cm}$

ア DはAEの中点になるから $AD = DE = \frac{4}{2} = 2$

$$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$$

$$\begin{aligned} \triangle ABD \sim \triangle FED \text{ より } AB:BD &= EF:DE \\ 5:\sqrt{21} &= EF:2 \\ EF &= \frac{5 \times 2}{\sqrt{21}} = \frac{10\sqrt{21}}{21} \end{aligned}$$

答 $\frac{10\sqrt{21}}{21}\text{cm}$

イ $\triangle ABF = \triangle ABD \times \frac{BF}{BD}$ である。

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times BD \times AD = \frac{1}{2} \times \sqrt{21} \times 2 = \sqrt{21}$$

BD:AD=ED:DF より

$$\sqrt{21}:2 = 2:DF \rightarrow DF = \frac{4}{\sqrt{21}} = \frac{4\sqrt{21}}{21}$$

$$BF = BD - DF = \sqrt{21} - \frac{4\sqrt{21}}{21} = \frac{17\sqrt{21}}{21}$$

$$\text{よって } \triangle ABF = \sqrt{21} \times \frac{\frac{17\sqrt{21}}{21}}{\sqrt{21}} = \sqrt{21} \times \frac{17}{21} = \frac{17\sqrt{21}}{21}$$

答 $\frac{17\sqrt{21}}{21}\text{cm}^2$

以上